UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PERUGIA
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA SCIENZE SOCIALI UMANE E DELLA FORMAZIONE
Corso di Laurea in Scienze per l'Investigazione e la Sicurezza

12. ESERCITAZIONI

Prof. Maurizio Pertichetti

Statistica sociale

anni	imprese	increm annuo in %
2002	165	
2003	260	57,58
2004	280	7,69
2005	155	-44,64
2006	120	-22,58
2007	105	-12,50

settore	imprese	incidenza %
legn	165	15,21
chim	260	23,96
sider	280	25,81
mecc	155	14,29
plast	120	11,06
elettr	105	9,68
Totale	1.085	100,00

	2005	**2006**	**2007**	var 2005/2006		var 2006/2007	
				ass	**%**	**ass**	**%**
occup	22.542	23.187	23.001	645	2,86	-186	-0,80
in cerca	1.726	1.621	1.489	-105	-6,08	-132	-8,14
Forz Lav	**24.268**	**24.808**	**24.490**	**540**	**2,23**	**-318**	**-1,28**
occ agric	993	980	1.019	-13	-1,31	39	3,98
occ ind	6.958	6.913	6.942	-45	-0,65	29	0,42
occ serv	14.591	15.294	15.040	703	4,82	-254	-1,66
occ dip	16.604	17.015	16.992	411	2,48	-23	-0,14
occ indip	5.938	6.172	6.009	234	3,94	-163	-2,64

Trasporto internazionale di merci	**Tonnellate**	**%**	
Austria	3.255.767	10,6	
Belgio	3.561.267	11,5	
Danimarca	693.048	2,2	
Francia	2.117.909	6,9	
Germania	16.651.502	54,0	
Paesi Bassi	1.973.422	6,4	
Altri Paesi Unione Europea	2.585.468	8,4	
Totale paesi Unione europea	**30.838.383**	**100,0**	97,4
Altri paesi Extra-UE	834.716		2,6
Totale	**31.673.099**		**100,0**

Trasporto internazionale di merci	**Tonnellate**	**%**
Container e casse mobili	33.985.150	69,34
Semirimorchi non accompagnati	9.554.085	19,49
Veicoli stradali accompagnati	5.468.473	11,16
Sconosciuto	8.148	0,02
Totale	**49.015.856**	**100,00**

Indici a base fissa e mobile

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
retribuzione	63.303	60.710	63.893	62.514	58.294	42.713
base fissa	100,000	95,904	100,932	98,754	92,087	67,474
base mobile	-	95,904	105,243	97,842	93,250	73,272

	gen	feb	mar	apr	mag	giu
prezzi	1,923	1,948	1,985	2,003	2,054	2,075
base fissa	100,000	101,300	103,224	104,160	106,812	107,904
base mobile	-	101,300	101,899	100,907	102,546	101,022

	1901	1911	1921	1931	1951	1961
popolazione	33,78	36,92	37,86	41,04	47,52	50,62
base fissa	100,000	109,295	112,078	121,492	140,675	149,852
base mobile	-	109,295	102,546	108,399	115,789	106,524

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
passeggeri	728	760	754	774	802	800
base fissa	100,000	104,396	103,571	106,319	110,165	109,890
base mobile	-	104,396	99,211	102,653	103,618	99,751

Media aritmetica

3, 5, 5, 3, 4, 7, 3, 9, 2

$$\frac{3 + 5 + 5 + 3 + 4 + 7 + 3 + 9 + 2}{9} = \frac{41}{9} = \mathbf{4{,}56}$$

x_i	n_i	$x_i n_i$
2	1	2
3	3	9
4	1	4
5	2	10
7	1	7
9	1	9
tot	**9**	**41**

41 / 9 = **4,56**

72, 73, 73, 73, 74, 74, 74, 74, 74, 75, 75, 76

x_i	n_i	$x_i n_i$
72	1	72
73	3	219
74	5	370
75	2	150
76	1	76
	12	**887**

887 / 12 = **73,9**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$
155	-	159	52	157	52	8.164
160	-	164	184	162	184	29.808
165	-	169	373	167	373	62.291
170	-	174	270	172	270	46.440
175	-	179	121	177	121	21.417
					1.000	**168.120**

168.120 / 1000 = **168,12**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$					
0	-	13	22	6,5	22	143					
14	-	44	65	29,0	65	1.885					
45	-	64	80	54,5	80	4.360					
65	-	85	40	75,0	40	3.000					
					207	**9.388**	9.388	/	207	=	**45,353**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$					
8,0	-	8,4	25	8,2	25	205					
8,5	-	8,9	27	8,7	27	235					
9,0	-	9,4	19	9,2	19	175					
9,5	-	9,9	12	9,7	12	116					
10,0	-	10,4	15	10,2	15	153					
					98	**884**	884	/	98	=	**9,0214**

Mediana

1, 5, 2, 5, 3, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5	k=7 disp
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	

(7+1)/2= 4^o posto

Me = modalità in corrispondenza del 4^o posto = 3

1, 5, 2, 5, 3, 8, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5	8	k=8 pari
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	

8/2= 4^o posto

(8/2)+1= 5^o posto

Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 4^o e 5^o posto = (3+5)/2=4

2, 21, 3, 18, 15, 5, 12, 6, 9

2	3	5	6	9	12	15	18	21	k=9 disp
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	9^o	

(9+1)/2= 5^o posto

Me = modalità in corrispondenza del 5^o posto = 9

2, 24, 3, 16, 3, 15, 5, 12, 7, 9

2	3	3	5	7	9	12	15	16	24	k=8 pari
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	9^o	10^o	

10/2= 5^o posto

(10/2)+1= 6^o posto

Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 5^o e 6^o posto = (7+9)/2=8

x_i	n_i
1	4.009
2	4.920
3	4.410
4	4.228
5	1.576
6	474
7 e +	198

x_i	n_i	n_i cum
1	4.009	4.009
2	4.920	8.929
3	4.410	13.339
4	4.228	17.567
5	1.576	19.143
6	474	19.617
7 e +	198	19.815
	19.815	

n = 19.815 disp

(19.815+1)/2 = 9.908^o posto

Me = modalità in corrispondenza del 9.908^o posto = 3

classi età	n_i
0 - 20	94
21 - 30	104
31 - 50	132
51 - 60	121
61 - 80	70
oltre 80	18
	539

classi età	n_i	n_i cum
0 - 20	94	94
21 - 30	104	198
31 - 50	132	330
51 - 60	121	451
61 - 80	70	521
oltre 80	18	539
	539	

Poiché n/2 ovvero 539/2 = 269,5 la classe mediana è la terza 31-50. Per caratteri continui con modalità raggruppate in classi la formula è:

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{i\,Me}}{f_{Me}} c$$

dove:

-	L_{me}	è il confine inferiore della classe mediana;	31,0
-	n	è la frequenza totale;	539
-	$\Sigma\, n_{iMe}$	è l'accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana	198
-	f_{Me}	è la frequenza della classe mediana;	132
-	c	è l'ampiezza della classe mediana.	20

$$Me = 31{,}0 + \frac{\frac{539}{2} - 198}{132}\, 20 = 41{,}83$$

classi altezze	n_i
140 - 150	20
150 - 160	35
160 - 170	45
170 - 180	50
180 - 190	40
190 - 200	7
	197

classi età	n_i	n_i cum
140 - 150	20	20
150 - 160	35	55
160 - 170	45	100
170 - 180	50	150
180 - 190	40	190
190 - 200	7	197
	197	

Poiché n/2 ovvero 197/2 = 98,5 la classe mediana è la terza 160 -170.

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{i\,Me}}{f_{Me}} c$$

dove:

-	L_{me}	è il confine inferiore della classe mediana;	160
-	n	è la frequenza totale;	197
-	$\Sigma\, n_{iMe}$	è l'accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana	55
-	f_{Me}	è la frequenza della classe mediana;	45
-	c	è l'ampiezza della classe mediana.	10

$$Me = 160 + \frac{\frac{197}{2} - 55}{45} 10 = 169{,}67$$

Moda

13, 13, 15, 16, 16, 17, 18, 18, 19, 22, 23, 23, 23, 26, 26, 45

x_i	n_i
13	2
15	1
16	2
17	1
18	2
19	1
22	1
23	**3**
26	2
45	1
	16

In questo caso la moda è Mo = 23, in quanto il dato 23 si presenta 3 volte. Ovvero ha la frequenza più alta di tutti gli altri.

classi di età	iscritti
34 - 37	4
38 - 41	9
42 - 45	19
46 - 49	**29**
50 - 53	17
54 - 57	10
58 - 61	7
Totale	95

La **classe modale** è la quinta in quanto ad essa corrisponde la frequenza massima (29 iscritti). La moda è invece data da:

- L_{mo} = 46
- Δ_1 = 10
- Δ_2 = 12
- c = 4

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 46 + \frac{10}{10 + 12} 4 = 47{,}82$$

Classi addetti	Aziende
50 - 60	8
60 - 70	10
70 - 80	**16**
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5
110 - 120	2
Totale	65

La classe modale in questo caso è la terza in quanto ha associata la frequenza massima (16 addetti). La moda è invece data da:

- L_{mo} = 70
- Δ_1 = 6
- Δ_2 = 2
- c = 10

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 70 + \frac{6}{6 + 2} 10 = 77{,}50$$

DISPERSIONE

CAMPO DI VARIAZIONE (RANGE)

Campo variazione = x max – x min

Data la seguente serie: 1 2 3 6 9 10 15
- Il valore più alto è 15, il più basso 1
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 15 e 1
- R = 15-1 = 14

Data la seguente serie: -11 -2 3 9 10 18
- Il valore più alto è 18, il più basso -11
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 18 e -11
- R = 18 - (-11) = 18 + 11 = 29

Media Devianza Varianza SQM (o deviazione standard) Coefficiente di variazione

	x_i	n_i
	20	6
	35	9
	50	5
	75	10
Σ		

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
20	6	120	-27,83	774,69	4.648,17
35	9	315	-12,83	164,69	1.482,25
50	5	250	2,17	4,69	23,47
75	10	750	27,17	738,03	7.380,28
	30	**1.435**			**13.534,17**

$\mu =$ 1.435 / 30 = 47,83

$$D(X) = 13.534,17 \qquad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{13.534,17}{30} = 451,14 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 21,24 \qquad Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{21,24}{47,83} = 0,44$$

x_i	n_i
6	5
8	10
10	15
12	10
14	5

	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
	6	5	30	-4,00	16,00	80,00
	8	10	80	-2,00	4,00	40,00
	10	15	150	0,00	0,00	0,00
	12	10	120	2,00	4,00	40,00
	14	5	70	4,00	16,00	80,00
Σ		**45**	**450**			**240,00**

$\mu =$ 450 / 45 = 10,00

$D(X) =$ 240,00

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{240,00}{45} = 5,33$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 2,309$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2,309}{10,00} = 0,23$$

x_i	n_i
1	15
2	18
3	22
4	18
5	7

	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
	1	15	15	-1,80	3,24	48,60
	2	18	36	-0,80	0,64	11,52
	3	22	66	0,20	0,04	0,88
	4	18	72	1,20	1,44	25,92
	5	7	35	2,20	4,84	33,88
Σ		**80**	**224**			**120,80**

$\mu =$ 224 / 80 = 2,80

$D(X) =$ 120,80

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{120,80}{80} = 1,51$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1,229$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1,229}{2,80} = 0,44$$

classi di x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	x_i-μ	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
30 - 39	81	34,5	81	2.795	-11,37	129,19	10.464,28
40 - 49	31	44,5	31	1.380	-1,37	1,87	57,85
50 - 59	36	54,5	36	1.962	8,63	74,54	2.683,58
60 - 69	35	64,5	35	2.258	18,63	347,22	12.152,75
Σ			**183**	**8.394**			**25.358,47**

μ= 8.394 / 183 = 45,87

D(X) = 25.358,47

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{25.358,47}{183} = 138,57$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,77$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{11,77}{45,87} = 0,26$$

giornate di assenza	addetti	xi*ni	μ_x	xi-μ_x	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2$*ni	x^2_i * ni
1	32	32	2,256	-1,256	1,58	50,47	32,00
2	24	48	2,256	-0,256	0,07	1,57	96,00
3	15	45	2,256	0,744	0,55	8,31	135,00
4	8	32	2,256	1,744	3,04	24,34	128,00
5	5	25	2,256	2,744	7,53	37,65	125,00
6	2	12	2,256	3,744	14,02	28,04	72,00
Σ	**86**	**194**				**150,3721**	**588,00**
n = ∑ni		86				86	
	μ_x	**2,256**					

$(\mu_x)^2$ = 5,0887 ∑ni = 86 $\sum ni*(\mu_x)^2$ = 437,628

$$\text{sqm} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\mu_x)^2*n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{150,3721}{86}} = \sqrt{1,7485} = \mathbf{1,322}$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_{i*} n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_i * n_i - \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{588 - 438}{86}} = \sqrt{\frac{150}{86}} = \sqrt{1,7485} = \mathbf{1,322}$$

età	presenza	xi*ni	μ_x	$xi-\mu_x$	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2*ni$	$x^2_i * ni$
19	20	380	21,574	-2,574	6,62	132,49	7.220,00
20	21	420	21,574	-1,574	2,48	52,01	8.400,00
21	60	1.260	21,574	-0,574	0,33	19,75	26.460,00
22	52	1.144	21,574	0,426	0,18	9,45	25.168,00
24	18	432	21,574	2,426	5,89	105,96	10.368,00
26	12	312	21,574	4,426	19,59	235,10	8.112,00
∑	**183**	**3.948**				**554,7541**	**85.728,00**
n = ∑ni		183				183	
		μ_x **21,5738**					

$(\mu_x)^2$ = 465,4276 ∑ni = 183 $\sum ni*(\mu_x)^2$ = 85.173,246

sqm = **σ** $= \sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\mu_x)^2*n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{554{,}7541}{183}} = \sqrt{3{,}0314} = \mathbf{1{,}741}$

o anche **σ** $= \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2_{i} * n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2_i * n_i - \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\dfrac{85.728{,}000 - 85.173{,}246}{183}} = \sqrt{\dfrac{555}{183}} = \sqrt{3{,}0314} = \mathbf{1{,}741}$

xi	ni	xi*ni	μ_x	$xi-\mu_x$	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2*ni$	$x^2_i * ni$
4	1	4	15,000	-11,000	121,00	121,00	16,00
7	1	7	15,000	-8,000	64,00	64,00	49,00
9	1	9	15,000	-6,000	36,00	36,00	81,00
13	1	13	15,000	-2,000	4,00	4,00	169,00
14	1	14	15,000	-1,000	1,00	1,00	196,00
18	1	18	15,000	3,000	9,00	9,00	324,00
21	1	21	15,000	6,000	36,00	36,00	441,00
34	1	34	15,000	19,000	361,00	361,00	1.156,00
∑	**8**	**120**				**632,0000**	**2.432,00**
n = ∑ni		8				8	
		μ_x **15,00**					

$(\mu_x)^2 = 225{,}0000$ $\sum ni = 8$ $\sum ni*(\mu_x)^2 = 1.800{,}00$

$$sqm = \sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\mu_x)^2 * n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{632{,}0000}{8}} = \sqrt{79{,}0000} = \mathbf{8{,}888}$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_{i} * n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_i * n_i - \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{2.432{,}000 - 1.800{,}000}{8}} = \sqrt{\frac{632}{8}} = \sqrt{79{,}0000} = \mathbf{8{,}888}$$

$$\mathbf{Cv} = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{8{,}888}{15{,}00} = \mathbf{0{,}5925}$$

Indice di eterogeneità

x_i	**n_i**		**x_i**	**n_i**	**f**	**f^2**
1	2		1	2	0,20	0,04
2	2		2	2	0,20	0,04
3	2		3	2	0,20	0,04
4	2		4	2	0,20	0,04
5	2		5	2	0,20	0,04
Σ				10	1,00	0,20

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 5 \qquad G_N = 0{,}80\,\frac{5}{4} = 1{,}00$$

massima eterogeneità

x_i	**n_i**		**x_i**	**n_i**	**f**	**f^2**
1	0		1	0	0,00	0,00
2	0		2	0	0,00	0,00
3	10		3	10	1,00	1,00
4	0		4	0	0,00	0,00
5	0		5	0	0,00	0,00
Σ				10	1,00	1,00

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 1{,}00 = 0{,}00$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 5 \qquad G_N = 0{,}00\,\frac{5}{4} = 0{,}00$$

massima omogeneità

istruzione	**n_i**
lic elem	86
lic med infer	62
dip med sup	36
laurea	12
Σ	

istruzione	**n_i**	**f**	**f^2**
lic elem	86	0,4388	0,1925
lic med infer	62	0,3163	0,1001
dip med sup	36	0,1837	0,0337
laurea	12	0,0612	0,0037
	196	1,0000	0,3301

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}330 = 0{,}670$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0{,}670\,\frac{4}{3} = 0{,}893$$

giudizio	**n_i**
insufficiente	77
sufficiente	109
buono	86
ottimo	18
Σ	

giudizio	**n_i**	**f**	**f^2**
lic elem	77	0,2655	0,0705
lic med infer	109	0,3759	0,1413
dip med sup	86	0,2966	0,0879
laurea	18	0,0621	0,0039
	290	1,0000	0,3036

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}304 = 0{,}696$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0{,}696\,\frac{4}{3} = 0{,}929$$

libri venduti	n_i
scienza	21
saggistica	19
fantascienza	20
culinaria	121
Σ	

libri venduti	n_i	f	f^2
lic elem	21	0,1160	0,0135
lic med infer	19	0,1050	0,0110
dip med sup	20	0,1105	0,0122
laurea	121	0,6685	0,4469
	181	1,0000	0,4836

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}484 = 0{,}516$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0{,}516\,\frac{4}{3} = 0{,}689$$

Concentrazione

Reddito mensile di 8 individui	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	(p_i-q_i)
3.408,6	1.239,50	1	1.239,5	1	0,125	0,051	0,074
1.239,5	1.807,60	1	3.047,1	2	0,250	0,125	0,125
1.807,6	2.014,18	1	5.061,3	3	0,375	0,208	0,167
2.014,2	2.685,58	1	7.746,9	4	0,500	0,318	0,182
2.685,6	3.408,62	1	11.155,5	5	0,625	0,458	0,167
5.009,6	3.718,49	1	14.874,0	6	0,750	0,610	0,140
4.493,2	4.493,18	1	19.367,2	7	0,875	0,794	0,081
3.718,5	5.009,63	1	24.376,8	8	1,000	1,000	0,000
Σ	24.376,78	8			3,500		0,936

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) =$$

$= 0$ nel caso di equidistribuzione

> 0 nel caso di concentrazione

$\sum pi = \frac{n-1}{2}$ nel caso di massima concentrazione R_{max}

$$R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{\Sigma(p_i - q_i)}{\Sigma p_i} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{n-1}\Sigma(pi - q_i)$$

per l'esercizio

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi - q_i) = \mathbf{0{,}936} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}936}{3{,}500} = \mathbf{0{,}268} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{7}\, 0{,}936 = \mathbf{0{,}268}$$

	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	(p_i-q_i)
	3.500	1	3.500,0	1	0,167	0,079	0,088
	4.200	1	7.700,0	2	0,333	0,173	0,160
	5.800	1	13.500,0	3	0,500	0,303	0,197
	8.600	1	22.100,0	4	0,667	0,496	0,171
	10.250	1	32.350,0	5	0,833	0,726	0,107
	12.200	1	44.550,0	6	1,000	1,000	0,000
Σ	44.550,00	6			2,500		0,723

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi - q_i) = \mathbf{0{,}723} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}723}{2{,}500} = \mathbf{0{,}289} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{5}\, 0{,}723 = \mathbf{0{,}289}$$

x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	(p_i-q_i)
1.500.000	1	1.500.000	1	0,250	0,223	0,027
1.650.000	1	3.150.000	2	0,500	0,468	0,032

	1.730.000	1	4.880.000	3	0,750	0,726	0,024
	1.845.000	1	6.725.000	4	1,000	1,000	0,000
Σ	6.725.000	4			1,500		0,083

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0{,}083} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}083}{1{,}500} = \mathbf{0{,}055} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{3}\, 0{,}083 = \mathbf{0{,}055}$$

	x_i ordinati	**n_i**	**x_i cum**	**n_i cum**	**p_i = n_i cum /n**	**q_i = xi cum/Σx**	**(p_i-q_i)**
	437	1	437	1	0,200	0,040	0,160
	522	1	959	2	0,400	0,088	0,312
	611	1	1.570	3	0,600	0,145	0,455
	1.745	1	3.315	4	0,800	0,305	0,495
	7.546	1	10.861	5	1,000	1,000	0,000
Σ	10.861	5			2,000		1,422

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{1{,}422} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{1{,}422}{2{,}000} = \mathbf{0{,}711} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4}\, 1{,}422 = \mathbf{0{,}711}$$

Con frequenze e classi di modalità

classi di reddito	aziende
1 - 15	14
16 - 30	23
31 - 45	10
46 - 60	12

x_i	n_i	$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'	$(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$
8	14	15	14	86	1.204	18.060
23	23	15	37	63	2.331	34.965
38	10	15	47	53	2.491	37.365
53	12	15	59	41	2.419	36.285

$x_i n_i$
112
529
380
636

61 - 75	6	68	6	15	65	35	2.275	34.125	408
76 - 90	7	83	7	15	72	28	2.016	30.240	581
91 e oltre	28	98	28	…..	100	….	….	….	2.744
totale	100	…	100	…..	…	….	….	191.040	5.390

n 100

μ 53,90

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{38{,}6}{107{,}8} = 0{,}358$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i' (n-n_i')(x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 \; * \; 191.040}{100 \; * \; 99} = \frac{382.080}{9.900} = 38{,}6$$

2μ = 107,8

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i	q_i = x_i cum	i	p_i = n_i cum /n	q_i = x_i cum/Σx	$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1})$
0	0	0,00	0	0,000	0,000	0,125	0,051	0,006
1.239,50	1	1.239,50	1	0,125	0,051	0,125	0,176	0,022
1.807,60	1	3.047,10	2	0,250	0,125	0,125	0,333	0,042
2.014,18	1	5.061,28	3	0,375	0,208	0,125	0,525	0,066
2.685,58	1	7.746,86	4	0,500	0,318	0,125	0,775	0,097
3.408,62	1	11.155,48	5	0,625	0,458	0,125	1,068	0,133
3.718,49	1	14.873,97	6	0,750	0,610	0,125	1,405	0,176
4.493,18	1	19.367,15	7	0,875	0,794	0,125	1,794	0,224
5.009,63	1	24.376,78	8	1,000	1,000	…..	…..	…..
24.376,78	8	…..	…	…..	….	…..		0,766

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} (p_{i+1} - p_i)\,(qi + q_{i+1}) = 1 - 0{,}766 = 0{,}234$$

Si determina con R=Δ/2μ

x_i	n_i
3.500	2
4.200	4
5.800	2
8.600	5
10.250	1
12.200	1
44.550	15

$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'
700	2
1.600	6
2.800	8
1.650	13
1.950	14
.....	15
.....	...

$(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$
13	26	18.200
9	54	86.400
7	56	156.800
2	26	42.900
1	14	27.300
....	....	....
....	....	331.600

$x_i n_i$
7.000
16.800
11.600
43.000
10.250
12.200
100.850

n 15

μ 6.723,33

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{3.158,10}{13.446,7} = 0,235$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i' (n-n_i') (x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 * 331.600}{15 * 14} = \frac{663.200}{210} = 3.158,10$$

$$2\mu = 13.446,7$$

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i
0	0
1.500.000	1
1.650.000	1

$q_i =$ x_i cum	i
0,00	0
1.500.000	1
3.150.000	2

$p_i =$ n_i cum /n	$q_i =$ x_i cum/Σx
0,000	0,000
0,250	0,223
0,500	0,468

$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1})$
0,250	0,223	0,0558
0,250	0,691	0,1729
0,250	1,194	0,2985

1.730.000	1	4.880.000	3	0,750	0,726	0,250	1,726	0,4314
1.845.000	1	6.725.000	4	1,000	1,000	.....	.....	.....
6.725.000	4	.....	...	.....	....	.....		0,9586

$$R = 1 - \sum^{k-1} (p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1}) = 1 - 0,9586 = 0,041$$

Chi quadro e V di Cramer

	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT
stud	17	9	26	14,0000	12,0000	26	0,6429	0,7500	1,3929
non stud	11	15	26	14,0000	12,0000	26	0,6429	0,7500	1,3929
TOT	28	24	52	28	24	52	1,2857	1,5000	**2,7857**

Chi quadro $\chi^2 = \sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo} = \mathbf{2,7857}$

per avere però un indice che varia fra 0 e 1 si ricorre all'indice di **Cramer** $\quad V = \dfrac{\chi^2}{\chi^2 max}$

$\chi^2 max$ = n*min tra (r-1);(c-1) = 52 * (2-1) = **52**

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{2,7857}{52}} = \sqrt{0,05357} = \mathbf{0,2315}$$

o anche

a	b	a+b	17	9	26
c	d	c+d	11	15	26
a+c	b+d	a+b+c+d	28	24	52

a*d = 255
b*c = 99

$$\chi^2 = \frac{(a*d-b*c)^2*n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(255 - 99)^2 * 52}{26 * 26 * 28 * 24} = \frac{1.265.472}{454.272} = \mathbf{2,7857}$$

$$V = \frac{(a*d-b*c)}{} = \frac{(255 - 99)}{} = \frac{156}{} = \frac{156}{} = \mathbf{0,2315}$$

$$V = \frac{}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{}{\sqrt{26 * 26 * 28 * 24}} = \frac{}{\sqrt{454.272}} = \frac{}{673,9970} = 0,2315$$

	ital	stran	TOT	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT
att	15	8	23	13,2692	9,7308	23	0,2258	0,3078	0,5336
non att	30	25	55	31,7308	23,2692	55	0,0944	0,1287	0,2231
TOT	45	33	78	45	33	78	0,3202	0,4366	**0,7567**

Chi quadro $\chi^2 = \sum\sum(Oss-Teo)^2/Teo = \mathbf{0,7567}$

$\chi^2 max$ = n*min tra (r-1);(c-1) = 78 * (2-1) = **78**

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{0,7567}{78}} = \sqrt{0,0097} = \mathbf{0,0985}$$

o anche

a	b	a+b	15	8	23	a*d =	375
c	d	c+d	30	25	55	b*c =	240
a+c	b+d	a+b+c+d	45	33	78		

$$\chi^2 = \frac{(a*d-b*c)^2*n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(375 - 240)^2 * 78}{23 * 55 * 45 * 33} = \frac{1.421.550}{1.878.525} = \mathbf{0,7567}$$

$$V = \frac{(a*d-b*c)}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{(375 - 240)}{\sqrt{23 * 55 * 45 * 33}} = \frac{135}{\sqrt{1.878.525}} = \frac{135}{1370,5929} = \mathbf{0,0985}$$

Regressione Indice di determinazione lineare Correlazione

X	**Y**	**X^2**	**XY**	**Y^2**	**$(\sum x)^2$**	**(X-μ)**	**(Y-μ)**	**(X-μ)*(Y-μ)**	**$(X-\mu)^2$**	**y***	**y-y***	**$(y-y^*)^2$**	**$(Y-\mu)^2$**
15	9	225	135	81	12.100	1,25	1,13	1,4063	1,5625	9	0,34	0,1163	1,2656
13	8	169	104	64		-0,75	0,13	-0,0938	0,5625	7	0,60	0,3540	0,0156
17	9	289	153	81	**$(\sum y)^2$**	3,25	1,13	3,6563	10,563	10	-0,91	0,8336	1,2656

	12	6	144	72	36	3.969	-1,75	-1,88	3,2813	3,0625		7	-0,78	0,6053	3,5156
	12	7	144	84	49		-1,75	-0,88	1,5313	3,0625		7	0,22	0,0493	0,7656
	16	10	256	160	100	**(∑X)(∑Y)**	2,25	2,13	4,7813	5,0625		9	0,71	0,5098	4,5156
	14	8	196	112	64	6.930	0,25	0,13	0,0313	0,0625		8	-0,03	0,0010	0,0156
	11	6	121	66	36		-2,75	-1,88	5,1563	7,5625		6	-0,15	0,0228	3,5156
∑	**110**	**63**	**1.544**	**886**	**511**		0,00	0,00	19,7500	31,5000		63	0,00	2,4921	14,8750
n	8	8													
μ	**13,750**	**7,875**													

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{886 \quad - \quad 6.930 \quad / \quad 8}{1.544,0 \quad - \quad 12.100 \quad / \quad 8} = \frac{886 \quad - \quad 866,250}{1544 \quad - \quad 1.512,500} = \frac{19,75}{31,5} = \mathbf{0,6270}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{8 \quad * \quad 886,0 \quad - \quad 6.930}{8 \quad * \quad 1.544,0 \quad - \quad 12.100} = \frac{7.088 \quad - \quad 6.930}{12.352 \quad - \quad 12.100} = \frac{158}{252} = \mathbf{0,6270}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{\sum(X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum(X-\mu)^2} = \frac{19,7500}{31,5000} = \mathbf{0,6270}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathrm{Cov}\ (X,Y)}{\mathrm{Var}\ (X)} = \frac{\sum(XY)/n - (\mu_x * \mu_y)}{\sum X^2/n - (\mu_x)^2} = \frac{886 \quad / \quad 8 \quad - \quad 13,750 \quad * \quad 7,875}{1.544,0 \quad / \quad 8 \quad - \quad 189,0625} = \frac{110,7500 \quad - \quad 108,2813}{193,0000 \quad - \quad 189,0625} = \frac{2,4688}{3,9375} = \mathbf{0,6270}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = MY - \beta MX = 7,875 \quad - \quad 0,6270 \quad * \quad 13,750 = \mathbf{-0,7460}$$

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\alpha + \beta x} = \mathbf{-0,7460} \quad + \quad \mathbf{0,6270} \quad \mathbf{x}$$

verifica	=	-0,746	+	0,627	*	13,75	=	7,875

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{2,4921}{14,8750} = 1 - 0,1675 = \mathbf{0,8325}$$

$$\boldsymbol{\rho_{xy}} = \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{n * \sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n * \sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{8 \quad * \quad 886 \quad - \quad 6.930}{\sqrt{8 \quad * \quad 1544 \quad - \quad 12.100} * \sqrt{8 \quad * \quad 511 \quad - \quad 3.969}} =$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252} * \sqrt{119}} = \frac{158}{15,8745 \quad * \quad 10,9087} = \frac{158}{173,170} = \mathbf{0,912}$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252 \quad * \quad 119}} = \frac{158}{\sqrt{29.988}} = \frac{158}{173,170} = \mathbf{0,912}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0,8325} = 0,9124$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	(X-μ)	(Y-μ)	(X-μ)*(Y-μ)	$(X-\mu)^2$	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	0	800	0	0	640.000	**225**	-2,50	-335,00	837,500	6,250	800	0	0	112.225
	1	980	1	980	960.400		-1,50	-155,00	232,500	2,250	934	46	2.116	24.025
	2	1.040	4	2080	1.081.600	$(\sum y)^2$	-0,50	-95,00	47,500	0,250	1.068	-28	784	9.025
	3	1.200	9	3600	1.440.000	**46.376.100**	0,50	65,00	32,500	0,250	1.202	-2	4	4.225
	4	1.240	16	4960	1.537.600		1,50	105,00	157,500	2,250	1.336	-96	9.216	11.025
	5	1.550	25	7750	2.402.500	**(∑X)(∑Y)**	2,50	415,00	1037,500	6,250	1.470	80	6.400	172.225
∑	**15**	**6.810**	**55**	**19.370**	**8.062.100**	**102.150**			**2345,000**	**17,500**	6.810	0	18.520	332.750
n	6	6												
μ	**2,500**	**1.135,0**												

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{19370 \; - \; 102.150 \; / \; 6}{55,0 \; - \; 225 \; / \; 6} = \frac{19370 \; - \; 17025,000}{55 \; - \; 37,500} = \frac{2345}{17,5} = \mathbf{134,00}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \; * \; 19.370 \; - \; 102.150}{6 \; * \; 55,0 \; - \; 225} = \frac{116.220 \; - \; 102.150}{330 \; - \; 225} = \frac{14.070}{105} = \mathbf{134,00}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{\sum(X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum(X-\mu)^2} = \frac{2345,0000}{17,5000} = \mathbf{134,00}$$

o anche $$\boldsymbol{\beta} = \frac{Cov\,(X,Y)}{Var\,(X)} = \frac{\sum(XY)/n - (\mu_x * \mu_y)}{\sum X^2/n - (\mu_x)^2} = \frac{19.370 \; / \; 6 \; - \; 2,500 \; * \; 1.135,0}{55,0 \; / \; 6 \; - \; 6,25} = \frac{3.228,333 \; - \; 2.837,500}{9,1667 \; - \; 6,2500} = \frac{390,8333}{2,9167} = \mathbf{134,00}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 1.135,00 - 134,00 * 2,500 = \mathbf{800,00}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 800,0000 + 134,00 \quad x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = 800,000 + 134,000 * 2,50 = 1135}$$

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{18.520}{332.750} = 1 - 0,0557 = \mathbf{0,9443}$$

$$\boldsymbol{\rho_{xy}} = \frac{n*\sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{6 * 19370 - 102.150}{\sqrt{6 * 55 - 225} * \sqrt{6 * 8.062.100 - 46.376.100}} =$$

$$= \frac{14.070,00}{\sqrt{105} * \sqrt{1.996.500}} = \frac{14.070,00}{10,2470 * 1.412,9756} = \frac{14.070,00}{14.478,691} = \mathbf{0,9718}$$

$$= \frac{14.070,00}{\sqrt{105 * 1.996.500}} = \frac{14.070,00}{\sqrt{209.632.500}} = \frac{14.070,00}{14.478,69} = \mathbf{0,9718}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0,9443} = 0,9718$$

X	**Y**	**X^2**	**XY**	**Y^2**	**$(\sum x)^2$**	**(Y-μ)**	**y***	**y-y***	**$(y-y^*)^2$**	**$(Y-\mu)^2$**
4	1	16	4	1	**2.116**	-3,60	0,939	0,061	0,0037	12,960
7	3	49	21	9		-1,60	3,051	-0,051	0,0026	2,560
10	5	100	50	25	**$(\sum y)^2$**	0,40	5,163	-0,163	0,0267	0,160
11	6	121	66	36	**529**	1,40	5,868	0,133	0,0176	1,960

	14	8	196	112	64	**(∑X)(∑Y)**	3,40	7,980	0,020	0,0004	11,560
∑	**46**	**23**	**482**	**253**	**135**	**1.058**		23,001	-0,001	0,0510	29,200
n	5	5									
μ	**9,200**	**4,60**									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{253 - 1.058 \;/\; 5}{482 - 2.116 \;/\; 5} = \frac{253 - 211{,}600}{482 - 423{,}200} = \frac{41{,}4}{58{,}8} = \mathbf{0{,}7041}$$

o anche
$$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 253 - 1.058}{5 * 482{,}0 - 2.116} = \frac{1.265 - 1.058}{2.410 - 2.116} = \frac{207}{294} = \mathbf{0{,}7041}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 4{,}60 - 0{,}70 * 9{,}200 = \mathbf{-1{,}8776}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = -1{,}8776 + 0{,}7041 \; x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = -1{,}8776 + 0{,}7041 * 9{,}20 = 4{,}60}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{0{,}0510}{29{,}2000} = 1 - 0{,}0017 = \mathbf{0{,}9983}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n*\sum xy - \sum x*\sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 * 253 - 1.058}{\sqrt{5 * 482 - 2.116} * \sqrt{5 * 135 - 529}} =$$

$$= \frac{207{,}00}{\sqrt{294} * \sqrt{146}} = \frac{207{,}00}{17{,}1464 * 12{,}0830} = \frac{207{,}00}{207{,}181} = \mathbf{0{,}9991}$$

$$= \frac{207{,}00}{\sqrt{294 * 146}} = \frac{207{,}00}{\sqrt{42.924}} = \frac{207{,}00}{207{,}18} = \mathbf{0{,}9991}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0{,}9983} = 0{,}9991$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	(Y-μ)	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	0	0	0	0	0	**225**	-60,00	0,000	0,000	0,000	3.600,000
	1	20	1	20	400			20,000	0,000	0,000	0,000
	2	40	4	80	1.600		-20,00	40,000	0,000	0,000	400,000
	3	60	9	180	3.600	**$(\sum y)^2$**	0,00	60,000	0,000	0,000	0,000
	4	80	16	320	6.400	**90.000**	20,00	80,000	0,000	0,000	400,000
	5	100	25	500	10.000	**(∑X)(∑Y)**	40,00	100,000	0,000	0,000	1.600,000
∑	**15**	300	**55**	**1.100**	**22.000**	**4.500**		300,000	0,000	0,000	6.000,000
n	5	5									
μ	**3,000**	**60,00**									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{1100 \quad - \quad 4.500 \quad / \quad 5}{55 \quad - \quad 225 \quad / \quad 5} = \frac{1100 \quad - \quad 900{,}000}{55 \quad - \quad 45{,}000} = \frac{200}{10} = \mathbf{20{,}000}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 \quad * \quad 1.100 \quad - \quad 4.500}{5 \quad * \quad 55{,}0 \quad - \quad 225} = \frac{5.500 \quad - \quad 4.500}{275 \quad - \quad 225} = \frac{1.000}{50} = \mathbf{20{,}000}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 60{,}00 \quad - \quad 20{,}00 \quad * \quad 3{,}000 = \mathbf{0{,}000}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 0{,}000 + 20{,}000 \; x}$$

verifica	=	0,00	+	20,0000	*	3,00	=	60,00

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y- y^*)^2}{\sum (y- \mu_y)^2} = 1 - \frac{0{,}000}{6.000{,}0000} = 1 - 0{,}0000 = \mathbf{1{,}0000}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n*\sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 \quad * \quad 1100 \quad - \quad 4.500}{\sqrt{5 \quad * \quad 55 \quad - \quad 225} * \sqrt{5 \quad * \quad 22.000 \quad - \quad 90.000}} =$$

$$= \frac{1.000{,}00}{\sqrt{50} * \sqrt{20.000}} = \frac{1.000{,}00}{7{,}0711 \quad * \quad 141{,}4214} = \frac{1.000{,}00}{1.000{,}000} = \mathbf{1{,}0000}$$

$$= \frac{1.000{,}00}{\sqrt{50 \quad * \quad 20.000}} = \frac{1.000{,}00}{\sqrt{1.000.000}} = \frac{1.000{,}00}{1.000{,}00} = \mathbf{1{,}0000}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} \quad = \quad \pm \sqrt{R^2} \quad = \quad \pm \sqrt{1,0000} \quad = \quad 1,0000$$