

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PERUGIA
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA SCIENZE SOCIALI UMANE E DELLA FORMAZIONE
Corso di Laurea in Scienze per l'Investigazione e la Sicurezza

12. ESERCITAZIONI

Statistica sociale

anni	imprese	incred annuo in %
2002	165	
2003	260	57,58
2004	280	7,69
2005	155	-44,64
2006	120	-22,58
2007	105	-12,50

settore	imprese	incidenza %
legn	165	15,21
chim	260	23,96
sider	280	25,81
mecc	155	14,29
plast	120	11,06
elettr	105	9,68
Totale	1.085	100,00

	2005	2006	2007	var 2005/2006		var 2006/2007	
				ass	%	ass	%
occup	22.542	23.187	23.001	645	2,86	-186	-0,80
in cerca	1.726	1.621	1.489	-105	-6,08	-132	-8,14
Forz Lav	24.268	24.808	24.490	540	2,23	-318	-1,28
occ agric	993	980	1.019	-13	-1,31	39	3,98
occ ind	6.958	6.913	6.942	-45	-0,65	29	0,42
occ serv	14.591	15.294	15.040	703	4,82	-254	-1,66
occ dip	16.604	17.015	16.992	411	2,48	-23	-0,14
occ indip	5.938	6.172	6.009	234	3,94	-163	-2,64

Trasporto internazionale di merci	Tonnellate	%	
Austria	3.255.767	10,6	
Belgio	3.561.267	11,5	
Danimarca	693.048	2,2	
Francia	2.117.909	6,9	
Germania	16.651.502	54,0	
Paesi Bassi	1.973.422	6,4	
Altri Paesi Unione Europea	2.585.468	8,4	
Totale paesi Unione europea	30.838.383	100,0	97,4
Altri paesi Extra-UE	834.716		2,6
Totale	31.673.099		100,0

Trasporto internazionale di merci	Tonnellate	%
Container e casse mobili	33.985.150	69,34
Semirimorchi non accompagnati	9.554.085	19,49
Veicoli stradali accompagnati	5.468.473	11,16
Sconosciuto	8.148	0,02
Totale	49.015.856	100,00

Indici a base fissa e mobile

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
retribuzione	63.303	60.710	63.893	62.514	58.294	42.713
base fissa	100,000	95,904	100,932	98,754	92,087	67,474
base mobile	-	95,904	105,243	97,842	93,250	73,272

	gen	feb	mar	apr	mag	giu
prezzi	1,923	1,948	1,985	2,003	2,054	2,075
base fissa	100,000	101,300	103,224	104,160	106,812	107,904
base mobile	-	101,300	101,899	100,907	102,546	101,022

	1901	1911	1921	1931	1951	1961
popolazione	33,78	36,92	37,86	41,04	47,52	50,62
base fissa	100,000	109,295	112,078	121,492	140,675	149,852
base mobile	-	109,295	102,546	108,399	115,789	106,524

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
passengeri	728	760	754	774	802	800
base fissa	100,000	104,396	103,571	106,319	110,165	109,890
base mobile	-	104,396	99,211	102,653	103,618	99,751

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
	1.328	1.360	1.454	1.491	1.532	1.580
base fissa	100,000	102,410	109,488	112,274	115,361	118,976
base mobile	-	102,410	106,912	102,545	102,750	103,133

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
passengeri	2.573	2.605	2.699	2.736	2.777	2.825
base fissa	100,000	101,244	104,897	106,335	107,928	109,794
base mobile	-	101,244	103,608	101,371	101,499	101,728

Media aritmetica

3, 5, 5, 3, 4, 7, 3, 9, 2

$$\frac{3 + 5 + 5 + 3 + 4 + 7 + 3 + 9 + 2}{9} = \frac{41}{9} = 4,56$$

x_i	n_i	$x_i n_i$
2	1	2
3	3	9
4	1	4
5	2	10
7	1	7
9	1	9
tot	9	41

$$41 / 9 = 4,556$$

72, 73, 73, 73, 74, 74, 74, 74, 75, 75, 76

x_i	n_i	$x_i n_i$
72	1	72
73	3	219
74	5	370
75	2	150
76	1	76
	12	887

$$887 / 12 = 73,92$$

classi x_i	n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$	
155 - 159	52	157	52	8.164	
160 - 164	184	162	184	29.808	
165 - 169	373	167	373	62.291	
170 - 174	270	172	270	46.440	
175 - 179	121	177	121	21.417	
			1.000	168.120	$168.120 / 1000 = \mathbf{168,12}$

classi x_i	n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$	
0 - 13	22	6,5	22	143	
14 - 44	65	29,0	65	1.885	
45 - 64	80	54,5	80	4.360	
65 - 85	40	75,0	40	3.000	
			207	9.388	$9.388 / 207 = \mathbf{45,3527}$

classi x_i	n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$	
8,0 - 8,4	25	8,2	25	205	
8,5 - 8,9	27	8,7	27	235	
9,0 - 9,4	19	9,2	19	175	
9,5 - 9,9	12	9,7	12	116	
10,0 - 10,4	15	10,2	15	153	
			98	884	$884 / 98 = \mathbf{9,02143}$

Mediana

1, 5, 2, 5, 3, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5		k=7 disp
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°		

$(7+1)/2 = 4^{\circ}$ posto

Me = modalità in corrispondenza del 4° posto = 3

1, 5, 2, 5, 3, 8, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5	8		k=8 pari
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°		

$8/2 = 4^{\circ}$ posto

$(8/2)+1 = 5^{\circ}$ posto

Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 4° e 5° posto = $(3+5)/2 = 4$

2, 21, 3, 18, 15, 5, 12, 6, 9

2	3	5	6	9	12	15	18	21		k=9 disp
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°		

$(9+1)/2 = 5^{\circ}$ posto

Me = modalità in corrispondenza del 5° posto = 9

2, 24, 3, 16, 3, 15, 5, 12, 7, 9

2	3	3	5	7	9	12	15	16	24		k=8 pari
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°		

$10/2 = 5^{\circ}$ posto

$(10/2)+1 = 6^{\circ}$ posto

Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 5° e 6° posto = $(7+9)/2 = 8$

x_i	n_i
1	4.009
2	4.920
3	4.410
4	4.228
5	1.576
6	474
7 e +	198

x_i	n_i	n_i cum
1	4.009	4.009
2	4.920	8.929
3	4.410	13.339
4	4.228	17.567
5	1.576	19.143
6	474	19.617
7 e +	198	19.815
		19.815

$n = 19.815$ disp

$$(19.815+1)/2 = 9.908^o \text{ posto}$$

Me = modalità in corrispondenza del 9.908° posto = 3

classi età	n_i	
0 - 20	94	
21 - 30	104	
31 - 50	132	
51 - 60	121	
61 - 80	70	
oltre 80	18	
		539

classi età	n_i	n_i cum
0 - 20	94	94
21 - 30	104	198
31 - 50	132	330
51 - 60	121	451
61 - 80	70	521
oltre 80	18	539
		539

Poiché $n/2$ ovvero $539/2 = 269,5$ la classe mediana è la terza 31-50.

Per caratteri continui con modalità raggruppate in classi la formula è:

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{iMe}}{f_{Me}} \cdot c$$

- dove:
- L_{me} confine inferiore della classe mediana; 31,0
 - n frequenza totale; 539
 - $\sum n_{iMe}$ accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana 198
 - f_{Me} frequenza della classe mediana; 132
 - c ampiezza della classe mediana. 20

$$Me = 31,0 + \frac{\frac{539}{2} - 198}{132} \cdot 20 = 41,83$$

classi altezze	n_i
140 - 150	20
150 - 160	35
160 - 170	45
170 - 180	50
180 - 190	40
190 - 200	7
	197

classi età	n_i	n_i cum
140 - 150	20	20
150 - 160	35	55
160 - 170	45	100
170 - 180	50	150
180 - 190	40	190
190 - 200	7	197
	197	

Poiché $n/2$ ovvero $197/2 = 98,5$ la classe mediana è la terza 160 -170.

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{iMe}}{f_{Me}} c$$

- dove:
- L_{me} confine inferiore della classe mediana; 160
 - n frequenza totale; 197
 - $\sum n_{iMe}$ accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana 55
 - f_{Me} frequenza della classe mediana; 45
 - c ampiezza della classe mediana. 10

$$Me = 160 + \frac{\frac{197}{2} - 55}{45} 10 = 169,67$$

Moda

13, 13, 15, 16, 16, 17, 18, 18, 19, 22, 23, 23, 23, 26, 26, 45

x_i	n_i
13	2
15	1
16	2
17	1
18	2
19	1
22	1
23	3
26	2
45	1
	16

In questo caso la moda è $Mo = 23$, in quanto il dato 23 si presenta 3 volte. Ovvero ha la frequenza più alta di tutti gli altri.

classi di età	iscritti
34 - 37	4
38 - 41	9
42 - 45	19
46 - 49	29
50 - 53	17
54 - 57	10
58 - 61	7
Totale	95

La **classe modale** è la quinta in quanto ad essa corrisponde la frequenza massima (29 iscritti). La moda è invece data da:

- $L_{mo} = 46$
- $\Delta_1 = 10$
- $\Delta_2 = 12$
- $c = 4$

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 46 + \frac{10}{10 + 12} 4 = 47,82$$

Classi addetti	Aziende
50 - 60	8
60 - 70	10
70 - 80	16
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5
110 - 120	2
Totale	65

La classe modale in questo caso è la terza in quanto ha associata la frequenza massima (16 addetti). La moda è invece data da:

- L_{mo} = 70
- Δ_1 = 6
- Δ_2 = 2
- c = 10

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 70 + \frac{6}{6 + 2} 10 = 77,50$$

DISPERSIONE

CAMPO DI VARIAZIONE (RANGE)

Campo variazione = X max – X min

Data la seguente serie: 1 2 3 6 9 10 15

- Il valore più alto è 15, il più basso 1
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 15 e 1
- $R = 15 - 1 = 14$

Data la seguente serie: -11 -2 3 9 10 18

- Il valore più alto è 18, il più basso -11
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 18 e -11
- $R = 18 - (-11) = 18 + 11 = 29$

Media Devianza Varianza SQM (o deviazione standard) Coefficiente di variazione

x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 n$
20	6	20	6	120	-27,83	774,69	4.648,17
35	9	35	9	315	-12,83	164,69	1.482,25
50	5	50	5	250	2,17	4,69	23,47
75	10	75	10	750	27,17	738,03	7.380,28
Σ			30	1.435			13.534,17

$$\mu = 1.435 / 30 = 47,83$$

$$D(X) = 13.534,17$$

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{13.534,17}{30} = 451,14$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 21,24$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{21,24}{47,83} = 0,44$$

x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 n$
6	5	6	5	30	-4,00	16,00	80,00
8	10	8	10	80	-2,00	4,00	40,00
10	15	10	15	150	0,00	0,00	0,00
12	10	12	10	120	2,00	4,00	40,00
14	5	14	5	70	4,00	16,00	80,00
Σ			45	450			240,00

$$\mu = 450 / 45 = 10,00$$

$$D(X) = 240,00$$

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{240,00}{45} = 5,33$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 2,3094$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2,3094}{10,00} = 0,23$$

x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 n$
1	15	1	15	15	-1,80	3,24	48,60
2	18	2	18	36	-0,80	0,64	11,52
3	22	3	22	66	0,20	0,04	0,88
4	18	4	18	72	1,20	1,44	25,92
5	7	5	7	35	2,20	4,84	33,88
Σ			80	224			120,80

$$\mu = \frac{224}{80} = 2,80$$

$$D(X) = 120,80$$

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{120,80}{80} = 1,51$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1,2288$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1,2288}{2,80} = 0,44$$

classi di x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 n$
30 - 39	81	34,5	81	2.795	-11,37	129,19	10.464,28
40 - 49	31	44,5	31	1.380	-1,37	1,87	57,85
50 - 59	36	54,5	36	1.962	8,63	74,54	2.683,58
60 - 69	35	64,5	35	2.258	18,63	347,22	12.152,75
Σ			183	8.394			25.358,47

$$\mu = \frac{8.394}{183} = 45,87$$

$$D(X) = 25.358,47$$

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{25.358,47}{183} = 138,57$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,772$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{11,772}{45,87} = 0,26$$

classi di x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 n$
20 - 29	81	24,5	81	1.985	-11,37	129,19	10.464,28
30 - 39	31	34,5	31	1.070	-1,37	1,87	57,85
40 - 49	36	44,5	36	1.602	8,63	74,54	2.683,58
50 - 59	35	54,5	35	1.908	18,63	347,22	12.152,75
Σ			183	6.564			25.358,47

$$\mu = \frac{6.564}{183} = 35,87$$

$$D(X) = 25.358,47 \quad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{25.358,47}{183} = 138,57 \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,772 \quad cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{11,7716}{35,87} = 0,33$$

giornate di assenza	addetti	$x_i * n_i$	μ_x	$x_i - \mu_x$	$(x_i - \mu_x)^2$	$(x_i - \mu_x)^2 * n_i$	$x_i^2 * n_i$
1	32	32	2,256	-1,256	1,58	50,47	32,00
2	24	48	2,256	-0,256	0,07	1,57	96,00
3	15	45	2,256	0,744	0,55	8,31	135,00
4	8	32	2,256	1,744	3,04	24,34	128,00
5	5	25	2,256	2,744	7,53	37,65	125,00
6	2	12	2,256	3,744	14,02	28,04	72,00
Σ	86	194				150,3721	588,00
$n = \Sigma n_i$		86				86	
		μ_x	2,256				

$$(\mu_x)^2 = 5,0887 \quad \Sigma n_i = 86 \quad \Sigma n_i * (\mu_x)^2 = 437,628$$

$$sqm = \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \mu_x)^2 * n_i}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{150,3721}{86}} = \sqrt{1,7485} = 1,322$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 * n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{588}{86} - 438} = \sqrt{\frac{150}{86}} = \sqrt{1,7485} = 1,322$$

età	presenza	xi*ni	μ_x	xi- μ_x	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2*ni$	$x_i^2 * ni$
19	20	380	21,574	-2,574	6,62	132,49	7.220,00
20	21	420	21,574	-1,574	2,48	52,01	8.400,00
21	60	1.260	21,574	-0,574	0,33	19,75	26.460,00
22	52	1.144	21,574	0,426	0,18	9,45	25.168,00
24	18	432	21,574	2,426	5,89	105,96	10.368,00
26	12	312	21,574	4,426	19,59	235,10	8.112,00
Σ	183	3.948				554,7541	85.728,00
n = Σni		183				183	
		μ_x 21,5738					

$$(\mu_x)^2 = 465,4276 \quad \Sigma ni = 183 \quad \Sigma ni * (\mu_x)^2 = 85.173,246$$

$$\text{sqm} = \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (xi - \mu_x)^2 * ni}{\Sigma ni}} = \sqrt{\frac{554,7541}{183}} = \sqrt{3,0314} = 1,741$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 * ni}{\Sigma ni} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{85.728,000 - 85.173,246}{183}} = \sqrt{\frac{554}{183}} = \sqrt{3,0314} = 1,741$$

	xi	ni	xi*ni	μ_x	xi-μ_x	(xi-μ_x)²	(xi-μ_x)²*ni	x²_i * ni
	19	22	418	21,574	-2,574	6,62	145,72	7.942,00
	20	22	440	21,574	-1,574	2,48	54,48	8.800,00
	21	61	1.281	21,574	-0,574	0,33	20,08	26.901,00
	22	53	1.166	21,574	0,426	0,18	9,63	25.652,00
	24	19	456	21,574	2,426	5,89	111,85	10.944,00
	26	13	338	21,574	4,426	19,59	254,70	8.788,00
Σ		190	4.099				596,4684	89.027,00
n = Σni			190				190	
			μ_x 21,5737					

$$(\mu_x)^2 = 465,4239 \quad \sum ni = 190 \quad \sum ni * (\mu_x)^2 = 88.430,532$$

$$\text{sqm} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu_x)^2 * n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{596,4684}{190}} = \sqrt{3,1393} = 1,772$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 * n_i}{\sum n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{89.027,000 - \sum n_i * (\mu_x)^2}{190}} = \sqrt{\frac{89.027,000 - 88.430,532}{190}} = \sqrt{\frac{596}{190}} = \sqrt{3,1393} = 1,772$$

xi	ni	xi*ni	μ_x	xi- μ_x	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2*ni$	$x_i^2 * ni$
4	1	4	15,000	-11,000	121,00	121,00	16,00
7	1	7	15,000	-8,000	64,00	64,00	49,00
9	1	9	15,000	-6,000	36,00	36,00	81,00
13	1	13	15,000	-2,000	4,00	4,00	169,00
14	1	14	15,000	-1,000	1,00	1,00	196,00
18	1	18	15,000	3,000	9,00	9,00	324,00
21	1	21	15,000	6,000	36,00	36,00	441,00
34	1	34	15,000	19,000	361,00	361,00	1.156,00
Σ	8	120				632,0000	2.432,00
n = Σni		8				8	
		μ_x	15,00				

$$(\mu_x)^2 = 225,0000 \quad \Sigma ni = 8 \quad \Sigma ni * (\mu_x)^2 = 1.800,00$$

$$sqm = \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (xi - \mu_x)^2 * ni}{\Sigma ni}} = \sqrt{\frac{632,0000}{8}} = \sqrt{79,0000} = 8,888$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 * ni}{\Sigma ni} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 * ni - \Sigma ni * (\mu_x)^2}{\Sigma ni}} = \sqrt{\frac{2.432,000 - 1.800,000}{8}} = \sqrt{\frac{632}{8}} = \sqrt{79,0000} = 8,888$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{8,888}{15,00} = 0,5925$$

Indice di eterogeneità

x_i	n_i	x_i	n_i	f	f^2
1	2	1	2	0,20	0,04
2	2	2	2	0,20	0,04
3	2	3	2	0,20	0,04
4	2	4	2	0,20	0,04
5	2	5	2	0,20	0,04
Σ			10	1,00	0,20

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,20 = 0,80$$

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 5 \quad G_N = 0,80 \frac{5}{4} = 1,00 \quad \text{massima eterogeneità}$$

x_i	n_i	x_i	n_i	f	f^2
1	0	1	0	0,00	0,00
2	0	2	0	0,00	0,00
3	10	3	10	1,00	1,00
4	0	4	0	0,00	0,00
5	0	5	0	0,00	0,00
Σ			10	1,00	1,00

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 1,00 = 0,00$$

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 5 \quad G_N = 0,00 \frac{5}{4} = 0,00 \quad \text{massima omogeneità}$$

istruzione	n_i	istruzione	n_i	f	f²
lic elem	86	lic elem	86	0,4388	0,1925
lic med infer	62	lic med infer	62	0,3163	0,1001
dip med sup	36	dip med sup	36	0,1837	0,0337
laurea	12	laurea	12	0,0612	0,0037
Σ			196	1,0000	0,3301

$$G = 1 - \sum f^2 = 1 - 0,330 = 0,670$$

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 4 \quad G_N = 0,670 \frac{4}{3} = 0,893$$

giudizio	n_i	giudizio	n_i	f	f²
insufficiente	77	lic elem	77	0,2655	0,0705
sufficiente	109	lic med infer	109	0,3759	0,1413
buono	86	dip med sup	86	0,2966	0,0879
ottimo	18	laurea	18	0,0621	0,0039
Σ			290	1,0000	0,3036

$$G = 1 - \sum f^2 = 1 - 0,304 = 0,696$$

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 4 \quad G_N = 0,696 \frac{4}{3} = 0,929$$

libri venduti	n_i	libri venduti	n_i	f	f^2
scienza	21	lic elem	21	0,1160	0,0135
saggistica	19	lic med infer	19	0,1050	0,0110
fantascienza	20	dip med sup	20	0,1105	0,0122
culinaria	121	laurea	121	0,6685	0,4469
Σ			181	1,0000	0,4836

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,484 = 0,516$$

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 4 \quad G_N = 0,516 \frac{4}{3} = 0,689$$

Cond profess	n_i		maschi			femmine		
	masc	femm	n_i	f	f^2	n_i	f	f^2
stud	102	123	102	0,1700	0,0289	123	0,1922	0,0369
disocc	50	41	50	0,0833	0,0069	41	0,0641	0,0041
casal	24	314	24	0,0400	0,0016	314	0,4906	0,2407
dipend	154	49	154	0,2567	0,0659	49	0,0766	0,0059
commerc	24	35	24	0,0400	0,0016	35	0,0547	0,0030
artigian	64	33	64	0,1067	0,0114	33	0,0516	0,0027
lib prof	42	15	42	0,0700	0,0049	15	0,0234	0,0005
pension	140	30	140	0,2333	0,0544	30	0,0469	0,0022
Σ			600	1,0000	0,1756	640	1,0000	0,2960

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,176 = 0,824$$

maschi

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 8 \quad G_N = 0,824 \frac{8}{7} = 0,942$$

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,296 = 0,704$$

femmine

$$G_N = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G \frac{k}{(k-1)} \quad k = 8 \quad G_N = 0,704 \frac{8}{7} = 0,805$$

Concentrazione

Reddito mensile di 8 individui	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum / Σx	$(p_i - q_i)$
3.408,6	1.239,50	1	1.239,5	1	0,125	0,051	0,074
1.239,5	1.807,60	1	3.047,1	2	0,250	0,125	0,125
1.807,6	2.014,18	1	5.061,3	3	0,375	0,208	0,167
2.014,2	2.685,58	1	7.746,9	4	0,500	0,318	0,182
2.685,6	3.408,62	1	11.155,5	5	0,625	0,458	0,167
5.009,6	3.718,49	1	14.874,0	6	0,750	0,610	0,140
4.493,2	4.493,18	1	19.367,2	7	0,875	0,794	0,081
3.718,5	5.009,63	1	24.376,8	8	1,000	1,000	0,000
Σ	24.376,78	8			3,500		0,936

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \begin{cases} = 0 & \text{nel caso di equidistribuzione} \\ > 0 & \text{nel caso di concentrazione} \end{cases}$$

$$\sum p_i = \frac{n-1}{2} \text{ nel caso di massima concentrazione } R_{\max}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{\sum (p_i - q_i)}{\sum p_i} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{n-1} \sum (p_i - q_i)$$

per l'esercizio

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{0,936}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{0,936}{3,500} = \mathbf{0,268} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{7} \cdot 0,936 = \mathbf{0,268}$$

x_i ordinati	n_i	x_i	cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum/ Σx	$(p_i - q_i)$
3.500	1	3.500,0		1	0,167	0,079	0,088
4.200	1	7.700,0		2	0,333	0,173	0,160
5.800	1	13.500,0		3	0,500	0,303	0,197
8.600	1	22.100,0		4	0,667	0,496	0,171
10.250	1	32.350,0		5	0,833	0,726	0,107
12.200	1	44.550,0		6	1,000	1,000	0,000
Σ 44.550,00	6				2,500		0,723

n-1

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{0,723}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{0,723}{2,500} = \mathbf{0,289} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{5} \cdot 0,723 = \mathbf{0,289}$$

x_i ordinati	n_i	x_i	cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum/ Σx	$(p_i - q_i)$
1.500.000	1	1.500.000		1	0,250	0,223	0,027
1.650.000	1	3.150.000		2	0,500	0,468	0,032
1.730.000	1	4.880.000		3	0,750	0,726	0,024
1.845.000	1	6.725.000		4	1,000	1,000	0,000
Σ 6.725.000	4				1,500		0,083

n-1

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{0,083}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{0,083}{1,500} = \mathbf{0,055} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{3} \cdot 0,083 = \mathbf{0,055}$$

x_i ordinati	n_i	x_i	cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum / Σx	$(p_i - q_i)$
437	1	437		1	0,200	0,040	0,160
522	1	959		2	0,400	0,088	0,312
611	1	1.570		3	0,600	0,145	0,455
1.745	1	3.315		4	0,800	0,305	0,495
7.546	1	10.861		5	1,000	1,000	0,000
Σ 10.861	5				2,000		1,422

n-1

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{1,422}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{1,422}{2,000} = \mathbf{0,711} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4} 1,422 = \mathbf{0,711}$$

x_i ordinati	n_i	x_i	cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum / Σx	$(p_i - q_i)$
437	1	437		1	0,200	0,040	0,160
522	1	959		2	0,400	0,088	0,312
611	1	1.570		3	0,600	0,145	0,455
1.745	1	3.315		4	0,800	0,305	0,495
7.546	1	10.861		5	1,000	1,000	0,000
Σ 10.861	5				2,000		1,422

n-1

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{1,422}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{1,422}{2,000} = \mathbf{0,711} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4} 1,422 = \mathbf{0,711}$$

x_i ordinati	n_i	x_i	cum	n_i cum	$p_i =$ n_i cum / n	$q_i =$ xi cum/ Σx	$(p_i - q_i)$
26,9	1	26,9		1	0,143	0,089	0,054
27,4	1	54,3		2	0,286	0,180	0,105
31,0	1	85,3		3	0,429	0,283	0,145
36,3	1	121,6		4	0,571	0,404	0,168
44,7	1	166,3		5	0,714	0,552	0,162
54,8	1	221,1		6	0,857	0,734	0,123
80,0	1	301,1		7	1,000	1,000	0,000
Σ 301,10	7				3,000		0,757

n-1

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) = \mathbf{0,757}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{\max}} = \frac{0,757}{3,000} = \mathbf{0,252} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{6} \cdot 0,757 = \mathbf{0,252}$$

Con frequenze e classi di modalità

classi di reddito	aziende	x_i	n_i	$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'	$(n-n_i')$	$n_i' (n-n_i')$	$n_i' (n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$	$x_i n_i$
1 - 15	14	8	14	15	14	86	1.204	18.060	112
16 - 30	23	23	23	15	37	63	2.331	34.965	529
31 - 45	10	38	10	15	47	53	2.491	37.365	380
46 - 60	12	53	12	15	59	41	2.419	36.285	636
61 - 75	6	68	6	15	65	35	2.275	34.125	408
76 - 90	7	83	7	15	72	28	2.016	30.240	581
91 e oltre	28	98	28	100	2.744
totale	100	...	100	191.040	5.390

n 100
 μ 53,90

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{38,6}{107,8} = 0,358$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i' (n-n_i')(x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 * 191.040}{100 * 99} = \frac{382.080}{9.900} = 38,6$$

$$2\mu = 107,8$$

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i	$q_i = x_i \text{ cum}$	i	$p_i = \text{cum} / n$	$q_i = x_i \text{ cum} / \Sigma x$	$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(q_i + q_{i+1})$
0	0	0,00	0	0,000	0,000	0,125	0,051	0,006
1.239,50	1	1.239,50	1	0,125	0,051	0,125	0,176	0,022
1.807,60	1	3.047,10	2	0,250	0,125	0,125	0,333	0,042
2.014,18	1	5.061,28	3	0,375	0,208	0,125	0,525	0,066
2.685,58	1	7.746,86	4	0,500	0,318	0,125	0,775	0,097
3.408,62	1	11.155,48	5	0,625	0,458	0,125	1,068	0,133
3.718,49	1	14.873,97	6	0,750	0,610	0,125	1,405	0,176
4.493,18	1	19.367,15	7	0,875	0,794	0,125	1,794	0,224
5.009,63	1	24.376,78	8	1,000	1,000

24.376,78	8	0,766
-----------	---	-------	-----	-------	------	-------	-------

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} (p_{i+1} - p_i) (q_i + q_{i+1}) = 1 - 0,766 = 0,234$$

Si determina con $R=\Delta/2\mu$

x_i	n_i	$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'	$(n-n_i')$	$n_i' (n-n_i')$	$n_i' (n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$	$x_i n_i$
3.500	2	700	2	13	26	18.200	7.000
4.200	4	1.600	6	9	54	86.400	16.800
5.800	2	2.800	8	7	56	156.800	11.600
8.600	5	1.650	13	2	26	42.900	43.000
10.250	1	1.950	14	1	14	27.300	10.250
12.200	1	15	12.200
44.550	15	331.600	100.850

$n = 15$
 $\mu = 6.723,33$

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{3.158,10}{13.446,7} = 0,235$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i' (n-n_i') (x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 * 331.600}{15 * 14} = \frac{663.200}{210} = 3.158,10$$

$$2\mu = 13.446,7$$

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i
0	0
1.500.000	1
1.650.000	1
1.730.000	1
1.845.000	1
6.725.000	4

$q_i =$ $x_i \text{ cum}$	i
0,00	0
1.500.000	1
3.150.000	2
4.880.000	3
6.725.000	4
.....	...

$p_i =$ $n_i \text{ cum} / n$	$q_i =$ $x_i \text{ cum} / \Sigma x$
0,000	0,000
0,250	0,223
0,500	0,468
0,750	0,726
1,000	1,000
.....

$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(q_i + q_{i+1})$
0,250	0,223	0,0558
0,250	0,691	0,1729
0,250	1,194	0,2985
0,250	1,726	0,4314
.....
.....	0,9586

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} (p_{i+1} - p_i) (q_i + q_{i+1}) = 1 - 0,9586 = 0,041$$

Chi quadro e V di Cramer

	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT
stud	17	9	26	14,0000	12,0000	26	0,6429	0,7500	1,3929
non stud	11	15	26	14,0000	12,0000	26	0,6429	0,7500	1,3929
TOT	28	24	52	28	24	52	1,2857	1,5000	2,7857

$$\text{Chi quadro } \chi^2 = \sum \frac{(\text{Oss} - \text{Teo})^2}{\text{Teo}} = \mathbf{2,7857}$$

per avere però un indice che varia fra 0 e 1 si ricorre all'indice di **Cramer**

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{\max}}$$

$$\chi^2_{\max} = n * \min \text{ tra } (r-1); (c-1) = 52 * (2-1) = \mathbf{52}$$

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{\max}} = \sqrt{\frac{2,7857}{52}} = \sqrt{0,053571} = \mathbf{0,2315}$$

o anche

a	b	a+b	17	9	26
c	d	c+d	11	15	26
a+c	b+d	a+b+c+d	28	24	52

$$a*d = 255$$

$$b*c = 99$$

$$\chi^2 = \frac{(a*d - b*c)^2 * n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(255 - 99)^2 * 52}{26 * 26 * 28 * 24} = \frac{1.265.472}{454.272} = \mathbf{2,7857}$$

$$V = \frac{(a*d - b*c)}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{(255 - 99)}{\sqrt{26 * 26 * 28 * 24}} = \frac{156}{\sqrt{454.272}} = \frac{156}{673,9970} = \mathbf{0,2315}$$

	ital	stran	TOT	uomini	donne	TOT	uomini	donne	TOT
att	15	8	23	13,2692	9,7308	23	0,2258	0,3078	0,5336
non att	30	25	55	31,7308	23,2692	55	0,0944	0,1287	0,2231
TOT	45	33	78	45	33	78	0,3202	0,4366	0,7567

Chi quadro $\chi^2 = \sum \sum (O_{ss} - T_{eo})^2 / T_{eo} = \mathbf{0,7567}$

$\chi^2_{max} = n * \min \text{tra } (r-1); (c-1) = 78 * (2-1) = \mathbf{78}$

$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{max}} = \sqrt{\frac{0,7567}{78}} = \sqrt{0,009702} = \mathbf{0,0985}$

o anche

a	b	a+b	15	8	23	a*d = 375
c	d	c+d	30	25	55	
a+c	b+d	a+b+c+d	45	33	78	

$\chi^2 = \frac{(a*d - b*c)^2 * n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(375 - 240)^2 * 78}{23 * 55 * 45 * 33} = \frac{1.421.550}{1.878.525} = \mathbf{0,7567}$

$V = \frac{(a*d - b*c)}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{(375 - 240)}{\sqrt{23 * 55 * 45 * 33}} = \frac{135}{\sqrt{1.878.525}} = \frac{135}{1370,5929} = \mathbf{0,0985}$

	18-22	23-26	27-30	tot		18-22	23-26	27-30	tot		18-22	23-26	27-30	tot
18-22	20	3	2	25	18-22	6,500	9,000	9,500	25	18-22	28,04	4,00	5,92	37,96
23-26	2	27	6	35	23-26	9,100	12,600	13,300	35	23-26	5,54	16,46	4,01	26
27-30	4	6	30	40	27-30	10,400	14,400	15,200	40	27-30	3,94	4,90	14,41	23,25
tot	26	36	38	100	tot	26	36	38	100	tot	37,52	25,4	24,34	87,21

Chi quadro $\chi^2 = \sum \sum (O_{ss} - T_{eo})^2 / T_{eo} = \mathbf{87,2120}$

$\chi^2_{max} = n * \min \text{tra } (r-1); (c-1) = 100 * (3-1) = \mathbf{200}$

$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{max}} = \sqrt{\frac{87,2120}{200}} = \sqrt{0,43606} = \mathbf{0,6603}$

	1	2	3	tot
4	1	2	4	7
5	3	6	12	21
6	4	8	16	28
tot	8	16	32	56

	1	2	3	tot
4	1,000	2,000	4,000	7
5	3,000	6,000	12,000	21
6	4,000	8,000	16,000	28
tot	8	16	32	56

	1	2	3	tot
4	0,00	0,00	0,00	0
5	0,00	0,00	0,00	0
6	0,00	0,00	0,00	0
tot	0	0	0	0

$$\text{Chi quadro } \chi^2 = \frac{\sum(\text{Oss}-\text{Teo})^2/\text{Teo}}{n} = \mathbf{0,0000}$$

$$\chi^2_{\text{max}} = n \cdot \min \text{ tra } (r-1); (c-1) = 56 * (3-1) = \mathbf{112}$$

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{0,0000}{112}} = \sqrt{0} = \mathbf{0,0000}$$

	1	2	3	tot
4	4	24	12	40
5	1	6	3	10
6	5	30	15	50
tot	10	60	30	100

	1	2	3	tot
4	4,000	24,000	12,000	40
5	1,000	6,000	3,000	10
6	5,000	30,000	15,000	50
tot	10	60	30	100

	1	2	3	tot
4	0,00	0,00	0,00	0
5	0,00	0,00	0,00	0
6	0,00	0,00	0,00	0
tot	0	0	0	0

$$\text{Chi quadro } \chi^2 = \frac{\sum(\text{Oss}-\text{Teo})^2/\text{Teo}}{n} = \mathbf{0,0000}$$

$$\chi^2_{\text{max}} = n \cdot \min \text{ tra } (r-1); (c-1) = 100 * (3-1) = \mathbf{200}$$

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{0,0000}{200}} = \sqrt{0} = \mathbf{0,0000}$$

	1	6	tot
1	70	0	70
3	0	50	50
7	30	0	30
tot	100	50	150

	1	6	tot
1	46,667	23,333	70
3	33,333	16,667	50
7	20,000	10,000	30
tot	100,00	50,00	150

	1	6	tot
1	11,67	23,33	35
3	33,33	66,67	100
7	5,00	10,00	15
tot	50	100	150

Chi quadro $\chi^2 = \sum \sum (\text{Oss} - \text{Teo})^2 / \text{Teo} = 150$

$\chi^2_{\text{max}} = n \cdot \min \text{tra } (r-1); (c-1) = 150 * (2-1) = 150$

$V = \frac{\chi^2}{\chi^2_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{150,00}{150}} = \sqrt{1} = 1$

Regressione Indice di determinazione lineare Correlazione

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²	(X-μ)	(Y-μ)	(X-μ)*(Y-μ)	(X-μ) ²	y*	y-y*	(y-y*) ²	(Y-μ) ²
	15	9	225	135	81	12.100	1,25	1,13	1,4063	1,5625	9	0,34	0,1163	1,2656
	13	8	169	104	64		-0,75	0,13	-0,0938	0,5625	7	0,60	0,3540	0,0156
	17	9	289	153	81	(Σy) ²	3,25	1,13	3,6563	10,5625	10	-0,91	0,8336	1,2656
	12	6	144	72	36	3.969	-1,75	-1,88	3,2813	3,0625	7	-0,78	0,6053	3,5156
	12	7	144	84	49		-1,75	-0,88	1,5313	3,0625	7	0,22	0,0493	0,7656
	16	10	256	160	100	(ΣX)(ΣY)	2,25	2,13	4,7813	5,0625	9	0,71	0,5098	4,5156
	14	8	196	112	64	6.930	0,25	0,13	0,0313	0,0625	8	-0,03	0,0010	0,0156
	11	6	121	66	36		-2,75	-1,88	5,1563	7,5625	6	-0,15	0,0228	3,5156
Σ	110	63	1.544	886	511		0,00	0,00	19,7500	31,5000	63	0,00	2,4921	14,8750
n	8	8												
μ	13,750	7,875												

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{886 - 6.930 / 8}{1.544,0 - 12.100 / 8} = \frac{886 - 866,250}{1544 - 1.512,500} = \frac{19,75}{31,5} = \mathbf{0,6270}$$

o anche $\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{8 * 886,0 - 6.930}{8 * 1.544,0 - 12.100} = \frac{7.088 - 6.930}{12.352 - 12.100} = \frac{158}{252} = \mathbf{0,6270}$

o anche $\beta = \frac{\sum (X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum (X-\mu)^2} = \frac{19,7500}{31,5000} = \mathbf{0,6270}$

o anche $\beta = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)} = \frac{\sum (XY)/n - (\mu_x * \mu_y)}{\sum X^2/n - (\mu_x)^2} = \frac{886 / 8 - 13,750 * 7,875}{1.544,0 / 8 - 189,0625} = \frac{110,750 - 108,281}{193,000 - 189,063} = \frac{2,4688}{3,9375} = \mathbf{0,6270}$

$$\alpha = MY - \beta MX = 7,875 - 0,6270 * 13,750 = \mathbf{-0,7460}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{-0,7460} + \mathbf{0,6270} x \quad \boxed{\text{verifica} = -0,746 + 0,627 * 13,75 = 7,875}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{2,4921}{14,8750} = 1 - 0,1675 = \mathbf{0,8325}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{8 \cdot 886 - 6.930}{\sqrt{8 \cdot 1544 - 12.100} \cdot \sqrt{8 \cdot 511 - 3.969}} =$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252} \cdot \sqrt{119}} = \frac{158}{15,8745 \cdot 10,9087} = \frac{158}{173,170} = \mathbf{0,912}$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252} \cdot \sqrt{119}} = \frac{158}{\sqrt{29.988}} = \frac{158}{173,170} = \mathbf{0,912}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0,8325} = 0,9124$$

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(ΣX) ²	(X-μ)	(Y-μ)	(X-μ)*(Y-μ)	(X-μ) ²	Y*	Y-Y*	(Y-Y*) ²	(Y-μ) ²
	0	800	0	0	640.000	225	-2,50	-335,00	837,500	6,250	800	0	0	112.225
	1	980	1	980	960.400		-1,50	-155,00	232,500	2,250	934	46	2116	24.025
	2	1.040	4	2080	1.081.600	(ΣY) ²	-0,50	-95,00	47,500	0,250	1.068	-28	784	9.025
	3	1.200	9	3600	1.440.000	46.376.100	0,50	65,00	32,500	0,250	1.202	-2	4	4.225
	4	1.240	16	4960	1.537.600		1,50	105,00	157,500	2,250	1.336	-96	9216	11.025
	5	1.550	25	7750	2.402.500	(ΣX)(ΣY)	2,50	415,00	1037,500	6,250	1.470	80	6400	172.225
Σ	15	6.810	55	19.370	8.062.100	102.150			2345,000	17,500	6.810	0	18520	332.750
n	6	6												
μ	2,500	1.135,0												

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{19370 - 102.150 / 6}{55,0 - 225 / 6} = \frac{19370 - 17025,000}{55 - 37,500} = \frac{2345}{17,5} = \mathbf{134,00}$$

o anche $\beta = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \cdot 19.370 - 102.150}{6 \cdot 55,0 - 225} = \frac{116.220 - 102.150}{330 - 225} = \frac{14.070}{105} = \mathbf{134,00}$

$$\text{o anche } \beta = \frac{\sum(X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum(X-\mu)^2} = \frac{2345,0000}{17,5000} = \mathbf{134,00}$$

$$\text{o anche } \beta = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)} = \frac{\sum(XY)/n - (\mu_x * \mu_y)}{\sum X^2/n - (\mu_x)^2} = \frac{19.370 / 6 - 2,50 * 1.135,0}{55,0 / 6 - 6,25} = \frac{3.228,33 - 2.837,50}{9,167 - 6,25} = \frac{390,8333}{2,9167} = \mathbf{134,00}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 1.135,00 - 134,00 * 2,50 = \mathbf{800,00}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{800,0000} + \mathbf{134,00} x \quad \boxed{\text{verifica} = 800,000 + 134,000 * 2,50 = 1135}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y - y^*)^2}{\sum(y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{18.520}{332.750} = 1 - 0,0557 = \mathbf{0,9443}$$

$$\begin{aligned} \rho_{xy} &= \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{n * \sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n * \sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{6 * 19370 - 102.150}{\sqrt{6 * 55 - 225} * \sqrt{6 * 8.062.100 - 46.376.100}} = \\ &= \frac{14.070,00}{\sqrt{105} * \sqrt{1.996.500}} = \frac{14.070,00}{10,2470 * 1.412,9756} = \frac{14.070,00}{14.478,691} = \mathbf{0,9718} \\ &= \frac{14.070,00}{\sqrt{105} * \sqrt{1.996.500}} = \frac{14.070,00}{\sqrt{209.632.500}} = \frac{14.070,00}{14.478,69} = \mathbf{0,9718} \end{aligned}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0,9443} = \mathbf{0,9718}$$

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²	(Y-μ)	y*	y-y*	(y-y*) ²	(Y-μ) ²
	4	1	16	4	1	2.116	-3,60	0,939	0,061	0,0037	12,960
	7	3	49	21	9		-1,60	3,051	-0,051	0,0026	2,560
	10	5	100	50	25	(Σy) ²	0,40	5,163	-0,163	0,0267	0,160
	11	6	121	66	36	529	1,40	5,868	0,133	0,0176	1,960
	14	8	196	112	64	(ΣX)(ΣY)	3,40	7,980	0,020	0,0004	11,560
Σ	46	23	482	253	135	1.058		23,001	-0,001	0,0510	29,200
n	5	5									
μ	9,200	4,60									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{253 - 1.058 / 5}{482 - 2.116 / 5} = \frac{253 - 211,600}{482 - 423,200} = \frac{41,4}{58,8} = \mathbf{0,7041}$$

o anche $\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 253 - 1.058}{5 * 482,0 - 2.116} = \frac{1.265 - 1.058}{2.410 - 2.116} = \frac{207}{294} = \mathbf{0,7041}$

$$\alpha = MY - \beta MX = 4,60 - 0,70 * 9,200 = \mathbf{-1,8776}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{-1,8776} + \mathbf{0,7041} x$$

verifica = -1,8776 + 0,7041 * 9,20 = 4,60

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{0,0510}{29,2000} = 1 - 0,0017 = \mathbf{0,9983}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{\sqrt{n * \sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n * \sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 * 253 - 1.058}{\sqrt{5 * 482 - 2.116} * \sqrt{5 * 135 - 529}} = \frac{207,00}{\sqrt{294} * \sqrt{146}} = \frac{207,00}{17,1464 * 12,0830} = \frac{207,00}{207,181} = \mathbf{0,9991}$$

$$= \frac{207,00}{\sqrt{294 * 146}} = \frac{207,00}{\sqrt{42.924}} = \frac{207,00}{207,18} = \mathbf{0,9991}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0,9983} = 0,9991$$

X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²	(Y-μ)	y*	y-y*	(y-y*) ²	(Y-μ) ²
0	0	0	0	0	225	-60,00	0,000	0,000	0,000	3.600,000
1	20	1	20	400			20,000	0,000	0,000	0,000
2	40	4	80	1.600		-20,00	40,000	0,000	0,000	400,000
3	60	9	180	3.600	(Σy) ²	0,00	60,000	0,000	0,000	0,000
4	80	16	320	6.400	90.000	20,00	80,000	0,000	0,000	400,000
5	100	25	500	10.000	(ΣX)(ΣY)	40,00	100,000	0,000	0,000	1.600,000
Σ	15	55	1.100	22.000	4.500		300,000	0,000	0,000	6.000,000
n	5									
μ	3,000									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{1100 - 4.500 / 5}{55 - 225 / 5} = \frac{1100 - 900,000}{55 - 45,000} = \frac{200}{10} = \mathbf{20,000}$$

o anche
$$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 1.100 - 4.500}{5 * 55,0 - 225} = \frac{5.500 - 4.500}{275 - 225} = \frac{1.000}{50} = \mathbf{20,000}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 60,00 - 20,00 * 3,000 = \mathbf{0,000}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{0,000} + \mathbf{20,000} x$$

verifica = 0,00 + 20,0000 * 3,00 = 60,00

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{0,000}{6.000,0000} = 1 - 0,0000 = \mathbf{1,0000}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 \cdot 1100 - 4.500}{\sqrt{5 \cdot 55 - 225} \cdot \sqrt{5 \cdot 22.000 - 90.000}} =$$

$$= \frac{1.000,00}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{20.000}} = \frac{1.000,00}{7,0711 \cdot 141,4214} = \frac{1.000,00}{1.000,000} = 1,0000$$

$$= \frac{1.000,00}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{20.000}} = \frac{1.000,00}{\sqrt{1.000.000}} = \frac{1.000,00}{1.000,00} = 1,0000$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{1,0000} = 1,0000$$

	X	Y	X²	XY	Y²	
	25	8	625	200	64	(Σx)²
	40	11	1600	440	121	38.025
	20	6	400	120	36	
	32	9	1024	288	81	(Σy)²
	60	15	3600	900	225	2.916
	18	5	324	90	25	(ΣX)(ΣY)
Σ	195	54	7573	2.038	552	10.530
n	6	6				
μ	32,500	9,00				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{2038 - 10.530 / 6}{7.573 - 38.025 / 6} = \frac{2038 - 1755,000}{7573 - 6.337,500} = \frac{283}{1235,5} = 0,229$$

$$\text{o anche } \beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 * 2.038 - 10.530}{6 * 7.573,0 - 38.025} = \frac{12.228 - 10.530}{45.438 - 38.025} = \frac{1.698}{7.413} = \mathbf{0,229}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 9,00 - 0,23 * 32,500 = \mathbf{1,556}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{1,556} + \mathbf{0,229} x$$

$$\text{verifica} = 1,56 + 0,2291 * 32,50 = 9,00$$

$$y = \mathbf{1,556} + \mathbf{0,229} * \mathbf{35} = 9,57$$

ovvero una spesa per generi alimentari pari a 9570 euro.

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²
	10	9,4	100	94	88	280.900
	20	9,2	400	184	85	
	50	9,0	2500	450	81	
	100	8,5	10000	850	72	(Σy) ²
	150	8,1	22500	1215	66	2.663
	200	7,4	40000	1480	55	(ΣX)(ΣY)
Σ	530	52	75500	4.273	447	27.348
n	6	6				
μ	88,333	8,60				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{4273 - 27.348 / 6}{75.500 - 280.900 / 6} = \frac{4273 - 4558,000}{75500 - 46.816,667} = \frac{-285}{28683} = \mathbf{-0,0099}$$

$$\text{o anche } \beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 * 4.273 - 27.348}{6 * 75.500,0 - 280.900} = \frac{25.638 - 27.348}{453.000 - 280.900} = \frac{-1.710}{172.100} = \mathbf{-0,0099}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 8,60 - -0,01 * 88,333 = \mathbf{9,4777}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{9,478} + \mathbf{-0,010} x$$

$$\text{verifica} = 9,48 + -0,0099 * 88,33 = 8,60$$

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²
	-2	2	4	-4	4	625
	-5	-3	25	15	9	
	4	10	16	40	100	
	5	8	25	40	64	
	8	20	64	160	400	
	10	60	100	600	3.600	(Σy) ²
	-7	-18	49	126	324	10.609
	12	24	144	288	576	(ΣX)(ΣY)
Σ	25	103	427	1.265	5.077	2.575
n	8	8				
μ	3,125	12,88				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{1265 - 2.575 / 8}{427 - 625 / 8} = \frac{1265 - 321,875}{427 - 78,125} = \frac{943,13}{348,88} = 2,7033$$

o anche $\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{8 * 1.265 - 2.575}{8 * 427,0 - 625} = \frac{10.120 - 2.575}{3.416 - 625} = \frac{7.545}{2.791} = 2,7033$

$$\alpha = MY - \beta MX = 12,88 - 2,70 * 3,125 = 4,4271$$

$$y = \alpha + \beta x = 4,427 + 2,703 x$$

verifica = 4,43 + 2,7033 * 3,13 = 12,88

	X	Y	X²	XY	Y²	(Σx)²
	1,6	10	2,56	16,0	100	299,29
	2,0	15	4,00	30,0	225	
	3,5	20	12,25	70,0	400	
	3,0	21	9,00	63,0	441	(Σy)²
	3,2	24	10,24	76,8	576	14.400
	4,0	30	16,00	120,0	900	(ΣX)(ΣY)
Σ	17,3	120	54,05	375,8	2.642	2.076,0
n	6	6				
μ	2,883	20,00				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{375,8 - 2.076,0 / 6}{54,05 - 299,29 / 6} = \frac{375,8 - 346,000}{54,05 - 49,882} = \frac{29,8}{4,1683} = \mathbf{7,1491}$$

o anche
$$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 * 376 - 2.076}{6 * 54,1 - 299} = \frac{2.255 - 2.076}{324 - 299} = \frac{179}{25} = \mathbf{7,1491}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 20,00 - 7,1491 * 2,883 = \mathbf{-0,6134}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{-0,6134} + \mathbf{7,1491} x$$

verifica = -0,6134 + 7,1491 * 2,8833 = 20,00

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{-0,6134} + \mathbf{7,1491} x \quad \mathbf{2,8} = \mathbf{19,40}$$

	X	Y	X ²	XY	Y ²	(Σx) ²
	8,2	2,7	67,24	22,14	7,29	2.088,49
	6,3	2,2	39,69	13,86	4,84	
	9,1	3,1	82,81	28,21	9,61	(Σy) ²
	10,4	3,2	108,16	33,28	10,24	228
	11,7	3,9	136,89	45,63	15,21	(ΣX)(ΣY)
Σ	45,7	15	434,79	143,1	47	690,1
n	5	5				
μ	9,140	3,02				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{143,12 - 690,1 / 5}{434,79 - 2.088,49 / 5} = \frac{143,12 - 138,014}{434,79 - 417,698} = \frac{5,106}{17,092} = \mathbf{0,2987}$$

o anche $\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 143 - 690}{5 * 434,8 - 2.088} = \frac{716 - 690}{2.174 - 2.088} = \frac{26}{85} = \mathbf{0,2987}$

$$\alpha = MY - \beta MX = 3,02 - 0,2987 * 9,140 = \mathbf{0,2896}$$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{0,2896} + \mathbf{0,2987} x$$

$verifica = 0,2896 + 0,2987 * 9,1400 = 3,02$

$$y = \alpha + \beta x = \mathbf{0,2896} + \mathbf{0,2987} x \quad \mathbf{9,7} = \mathbf{3,19}$$