UNIVERSITA’ DEGLI STUDI DI PERUGIA
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA SCIENZE SOCIALI UMANE E DELLA FORMAZIONE
Corso di Laurea in Scienze per l'Investigazione e la Sicurezza

12. ESERCITAZIONI

Statistica sociale

anno	2015	2016	2017
prezzo di un libro	160	200	240
incremento assoluto		?	?
incremento relativo %		?	?

anno	2015	2016	2017
prezzo di un libro	160	200	220
incremento assoluto	-	**40**	**20**
incremento relativo %	-	**25,0**	**10,0**

anno	2015	inc relat %	2017
prezzo libro	180	25,0	?

anno	2015	inc relat %	2017
prezzo libro	180	25,0	**225**

X : 180 = 25 : 100

settore	imprese	incidenza in %
legno	75	?
chimica	60	?
siderurgico	15	?
meccanico	150	?
totale	**300**	**100,0**

settore	imprese	incidenza in %
legno	75	25,0
chimica	60	20,0
siderurgico	15	5,0
meccanico	150	50,0
totale	**300**	**100,0**

anni	imprese	increm annuo in %
2002	165	
2003	260	57,58
2004	280	7,69
2005	155	-44,64
2006	120	-22,58
2007	105	-12,50

settore	imprese	incidenza %
legn	165	15,21
chim	260	23,96
sider	280	25,81
mecc	155	14,29
plast	120	11,06
elettr	105	9,68
Totale	1.085	100,00

	2005	2006	2007	var 2005/2006		var 2006/2007	
				ass	%	ass	%
occup	22.542	23.187	23.001	645	2,86	-186	-0,80
in cerca	1.726	1.621	1.489	-105	-6,08	-132	-8,14
Forz Lav	**24.268**	**24.808**	**24.490**	**540**	**2,23**	**-318**	**-1,28**
occ agric	993	980	1.019	-13	-1,31	39	3,98
occ ind	6.958	6.913	6.942	-45	-0,65	29	0,42
occ serv	14.591	15.294	15.040	703	4,82	-254	-1,66
occ dip	16.604	17.015	16.992	411	2,48	-23	-0,14
occ indip	5.938	6.172	6.009	234	3,94	-163	-2,64

Trasporto internazionale di merci	Tonnellate	%	
Austria	3.255.767	10,6	
Belgio	3.561.267	11,5	
Danimarca	693.048	2,2	
Francia	2.117.909	6,9	
Germania	16.651.502	54,0	
Paesi Bassi	1.973.422	6,4	
Altri Paesi Unione Europea	2.585.468	8,4	
Totale paesi Unione europea	**30.838.383**	**100,0**	97,4
Altri paesi Extra-UE	834.716		2,6
Totale	**31.673.099**		**100,0**

Trasporto internazionale di merci	Tonnellate	%
Container e casse mobili	33.985.150	69,34
Semirimorchi non accompagnati	9.554.085	19,49
Veicoli stradali accompagnati	5.468.473	11,16
Sconosciuto	8.148	0,02
Totale	**49.015.856**	**100,00**

Indici a base fissa e mobile

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
retribuzione	63.303	60.710	63.893	62.514	58.294	42.713
base fissa	100,000	95,904	100,932	98,754	92,087	67,474
base mobile	-	95,904	105,243	97,842	93,250	73,272

	gen	feb	mar	apr	mag	giu
prezzi	1,923	1,948	1,985	2,003	2,054	2,075
base fissa	100,000	101,300	103,224	104,160	106,812	107,904
base mobile	-	101,300	101,899	100,907	102,546	101,022

	1901	1911	1921	1931	1951	1961
popolazione	33,78	36,92	37,86	41,04	47,52	50,62
base fissa	100,000	109,295	112,078	121,492	140,675	149,852
base mobile	-	109,295	102,546	108,399	115,789	106,524

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
passeggeri	728	760	754	774	802	800
base fissa	100,000	104,396	103,571	106,319	110,165	109,890
base mobile	-	104,396	99,211	102,653	103,618	99,751

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
	1.328	1.360	1.454	1.491	1.532	1.580
base fissa	100,000	102,410	109,488	112,274	115,361	118,976
base mobile	-	102,410	106,912	102,545	102,750	103,133

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
passeggeri	2.573	2.605	2.699	2.736	2.777	2.825
base fissa	100,000	101,244	104,897	106,335	107,928	109,794
base mobile	-	101,244	103,608	101,371	101,499	101,728

VALORI CENTRALI

Media aritmetica

3, 5, 5, 3, 4, 7, 3, 9, 2

$$\frac{3 + 5 + 5 + 3 + 4 + 7 + 3 + 9 + 2}{9} = \frac{41}{9} = \mathbf{4{,}56}$$

x_i	n_i	$x_i n_i$
2	1	2
3	3	9
4	1	4
5	2	10
7	1	7
9	1	9
tot	**9**	**41**

41 / 9 = **4,556**

72, 73, 73, 73, 74, 74, 74, 74, 74, 75, 75, 76

x_i	n_i	$x_i n_i$
72	1	72
73	3	219
74	5	370
75	2	150
76	1	76
	12	**887**

887 / 12 = **73,92**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$					
155	-	159	52	157	52	8.164					
160	-	164	184	162	184	29.808					
165	-	169	373	167	373	62.291					
170	-	174	270	172	270	46.440					
175	-	179	121	177	121	21.417					
					1.000	**168.120**	168.120	/	1000	=	**168,12**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$					
0	-	13	22	6,5	22	143					
14	-	44	65	29,0	65	1.885					
45	-	64	80	54,5	80	4.360					
65	-	85	40	75,0	40	3.000					
					207	**9.388**	9.388	/	207	=	**45,3527**

classi x_i			n_i	valore medio di x_i	n_i	$x_i n_i$					
8,0	-	8,4	25	8,2	25	205					
8,5	-	8,9	27	8,7	27	235					
9,0	-	9,4	19	9,2	19	175					
9,5	-	9,9	12	9,7	12	116					
10,0	-	10,4	15	10,2	15	153					
					98	**884**	884	/	98	=	**9,02143**

Mediana

1, 5, 2, 5, 3, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5	k=7 disp
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	

(7+1)/2= 4^o posto   Me = modalità in corrispondenza del 4^o posto = 3

1, 5, 2, 5, 3, 8, 5, 3

1	2	3	3	5	5	5	8	k=8 pari
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	

8/2= 4^o posto   (8/2)+1= 5^o posto   Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 4^o e 5^o posto = (3+5)/2=4

2, 21, 3, 18, 15, 5, 12, 6, 9

2	3	5	6	9	12	15	18	21	k=9 disp
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	9^o	

(9+1)/2= 5^o posto   Me = modalità in corrispondenza del 5^o posto = 9

2, 24, 3, 16, 3, 15, 5, 12, 7, 9

2	3	3	5	7	9	12	15	16	24	k=8 pari
1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o	7^o	8^o	9^o	10^o	

10/2= 5^o posto   (10/2)+1= 6^o posto   Me = semisomma delle modalità in corrispondenza del 5^o e 6^o posto = (7+9)/2=8

x_i	n_i
1	4.009
2	4.920
3	4.410
4	4.228
5	1.576
6	474
7 e +	198

x_i	n_i	n_i cum
1	4.009	4.009
2	4.920	8.929
3	4.410	13.339
4	4.228	17.567
5	1.576	19.143
6	474	19.617
7 e +	198	19.815
	19.815	

n = 19.815 disp

(19.815+1)/2 = 9.908° posto

Me = modalità in corrispondenza del 9.908° posto = 3

classi età	n_i
0 - 20	94
21 - 30	104
31 - 50	132
51 - 60	121
61 - 80	70
oltre 80	18
	539

classi età	n_i	n_i cum
0 - 20	94	94
21 - 30	104	198
31 - 50	132	330
51 - 60	121	451
61 - 80	70	521
oltre 80	18	539
	539	

Poiché n/2 ovvero 539/2 = 269,5 la classe mediana è la terza 31-50.

Per caratteri continui con modalità raggruppate in classi la formula è:

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{i\,Me}}{f_{Me}} c$$

dove:

- L_{me} confine inferiore della classe mediana; 31,0
- n frequenza totale; 539
- $\sum n_{iMe}$ accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana 198
- f_{Me} frequenza della classe mediana; 132
- c ampiezza della classe mediana. 20

$$Me = 31,0 + \frac{\frac{539}{2} - 198}{132} 20 = 41,83$$

classi altezze			n_i
140	-	150	20
150	-	160	35
160	-	170	45
170	-	180	50
180	-	190	40
190	-	200	7
			197

classi età			n_i	n_i cum
140	-	150	20	20
150	-	160	35	55
160	-	170	45	100
170	-	180	50	150
180	-	190	40	190
190	-	200	7	197
			197	

Poiché n/2 ovvero 197/2 = 98,5 la classe mediana è la terza 160 -170.

$$Me = L_{me} + \frac{\frac{n}{2} - \sum n_{i\,Me}}{f_{Me}} c$$

dove:

-	L_{me}	confine inferiore della classe mediana;	160
-	n	frequenza totale;	197
-	$\sum n_{iMe}$	accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla classe mediana	55
-	f_{Me}	frequenza della classe mediana;	45
-	c	ampiezza della classe mediana.	10

$$Me = 160 + \frac{\frac{197}{2} - 55}{45} 10 = 169{,}67$$

Moda

13, 13, 15, 16, 16, 17, 18, 18, 19, 22, 23, 23, 23, 26, 26, 45

x_i	n_i
13	2
15	1
16	2
17	1
18	2
19	1
22	1
23	**3**
26	2
45	1
	16

In questo caso la moda è Mo = 23, in quanto il dato 23 si presenta 3 volte. Ovvero ha la frequenza più alta di tutti gli altri.

classi di età	iscritti
34 - 37	4
38 - 41	9
42 - 45	19
46 - 49	**29**
50 - 53	17
54 - 57	10
58 - 61	7
Totale	95

La **classe modale** è la quinta in quanto ad essa corrisponde la frequenza massima (29 iscritti). La moda è invece data da:

- $L_{mo} = 46$
- $\Delta_1 = 10$
- $\Delta_2 = 12$
- $c = 4$

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 46 + \frac{10}{10 + 12} 4 = 47{,}82$$

Classi addetti	Aziende
50 - 60	8
60 - 70	10
70 - 80	**16**
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5
110 - 120	2
Totale	65

La classe modale in questo caso è la terza in quanto ha associata la frequenza massima (16 addetti). La moda è invece data da:

- L_{mo} = 70
- Δ_1 = 6
- Δ_2 = 2
- c = 10

$$Mo = L_{mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} c = 70 + \frac{6}{6 + 2} 10 = 77{,}50$$

DISUGUAGLIANZA

CAMPO DI VARIAZIONE (RANGE)

Campo variazione = x max – x min

Data la seguente serie: 1 2 3 6 9 10 15

- Il valore più alto è 15, il più basso 1
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 15 e 1
- R = 15-1 = 14

Data la seguente serie: -11 -2 3 9 10 18

- Il valore più alto è 18, il più basso -11
- Il range **R** è dato dalla differenza tra i due valori 18 e -11
- R = 18 - (-11) = 18 + 11 = 29

Media Devianza Varianza SQM (o deviazione standard) Coefficiente di variazione

	x_i	n_i
	20	6
	35	9
	50	5
	75	10
Σ		

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
20	6	120	-27,83	774,69	4.648,17
35	9	315	-12,83	164,69	1.482,25
50	5	250	2,17	4,69	23,47
75	10	750	27,17	738,03	7.380,28
	30	**1.435**			**13.534,17**

$\mu = 1.435 \;/\; 30 \;=\; 47,83$

$$D(X) = 13.534,17 \qquad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{13.534,17}{30} = 451,14 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 21,24 \qquad Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{21,24}{47,83} = 0,44$$

	x_i	n_i
	6	5
	8	10
	10	15
	12	10
	14	5
Σ		

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
6	5	30	-4,00	16,00	80,00
8	10	80	-2,00	4,00	40,00
10	15	150	0,00	0,00	0,00
12	10	120	2,00	4,00	40,00
14	5	70	4,00	16,00	80,00
	45	**450**			**240,00**

$\mu = 450 \;/\; 45 \;=\; 10,00$

$$D(X) = 240,00 \qquad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{240,00}{45} = 5,33 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 2,3094 \qquad Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{2,3094}{10,00} = 0,23$$

	x_i	n_i
	1	15
	2	18
	3	22
	4	18
	5	7
Σ		

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
1	15	15	-1,80	3,24	48,60
2	18	36	-0,80	0,64	11,52
3	22	66	0,20	0,04	0,88
4	18	72	1,20	1,44	25,92
5	7	35	2,20	4,84	33,88
	80	**224**			**120,80**

$\mu = 224 \ / \ 80 = 2,80$

$$D(X) = 120,80 \qquad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{120,80}{80} = 1,51 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1,2288 \qquad Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1,22882}{2,80} = 0,44$$

	classi di x_i	n_i
	30 - 39	81
	40 - 49	31
	50 - 59	36
	60 - 69	35
Σ		

x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
34,5	81	2.795	-11,37	129,19	10.464,28
44,5	31	1.380	-1,37	1,87	57,85
54,5	36	1.962	8,63	74,54	2.683,58
64,5	35	2.258	18,63	347,22	12.152,75
	183	**8.394**			**25.358,47**

$\mu = 8.394 \ / \ 183 = 45,87$

$$D(X) = 25.358,47 \qquad \sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{25.358,47}{183} = 138,57 \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,772 \qquad Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{11,7716}{45,87} = 0,26$$

classi di x_i	n_i	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i-\mu$	$(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2 n$
20 - 29	81	24,5	81	1.985	-11,37	129,19	10.464,28
30 - 39	31	34,5	31	1.070	-1,37	1,87	57,85
40 - 49	36	44,5	36	1.602	8,63	74,54	2.683,58
50 - 59	35	54,5	35	1.908	18,63	347,22	12.152,75
Σ			**183**	**6.564**			**25.358,47**

$\mu = 6.564 \ / \ 183 = 35,87$

$D(X) = 25.358,47$

$$\sigma^2 = \frac{D(X)}{n} = \frac{25.358,47}{183} = 138,57$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11,772$$

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{11,7716}{35,87} = 0,33$$

giornate di assenza	addetti	xi*ni	μ_x	$xi-\mu_x$	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2$*ni	x^2_i * ni
1	32	32	2,256	-1,256	1,58	50,47	32,00
2	24	48	2,256	-0,256	0,07	1,57	96,00
3	15	45	2,256	0,744	0,55	8,31	135,00
4	8	32	2,256	1,744	3,04	24,34	128,00
5	5	25	2,256	2,744	7,53	37,65	125,00
6	2	12	2,256	3,744	14,02	28,04	72,00
Σ	**86**	**194**				**150,3721**	**588,00**
n = ∑ni		86				86	
		μ_x **2,256**					

$(\mu_x)^2 = 5,0887$ $\quad \sum ni = 86$ $\quad \sum ni*(\mu_x)^2 = 437,628$

$$\text{sqm} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i-\mu_x)^2 * n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{150,3721}{86}} = \sqrt{1,7485} = \mathbf{1,322}$$

$$\text{o anche } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_i * n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_i * n_i - \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{588 - 438}{86}} = \sqrt{\frac{150}{86}} = \sqrt{1,7485} = \mathbf{1,322}$$

	età	presenza	xi*ni	μ_x	xi-μ_x	$(xi-\mu_x)^2$	$(xi-\mu_x)^2$*ni	x^2_i * ni
	19	20	380	21,574	-2,574	6,62	132,49	7.220,00
	20	21	420	21,574	-1,574	2,48	52,01	8.400,00
	21	60	1.260	21,574	-0,574	0,33	19,75	26.460,00
	22	52	1.144	21,574	0,426	0,18	9,45	25.168,00
	24	18	432	21,574	2,426	5,89	105,96	10.368,00
	26	12	312	21,574	4,426	19,59	235,10	8.112,00
∑		**183**	**3.948**				**554,7541**	**85.728,00**
n = ∑ni			183				183	
		μ_x	**21,5738**					

$(\mu_x)^2 = 465,4276$ ∑ni = 183 $\sum ni*(\mu_x)^2 = 85.173,246$

sqm $= \sigma = \sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\mu_x)^2 * n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\dfrac{554,7541}{183}} = \sqrt{3,0314} = \mathbf{1,741}$

o anche $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2_{i} * n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2_i * n_i - \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\dfrac{85.728,000 - 85.173,246}{183}} = \sqrt{\dfrac{555}{183}} = \sqrt{3,0314} = \mathbf{1,741}$

xi	ni	xi*ni	μ_x	xi-μ_x	(xi-μ_x)^2	(xi-μ_x)^2*ni	x^2_i * ni
4	1	4	15,000	-11,000	121,00	121,00	16,00
7	1	7	15,000	-8,000	64,00	64,00	49,00
9	1	9	15,000	-6,000	36,00	36,00	81,00
13	1	13	15,000	-2,000	4,00	4,00	169,00
14	1	14	15,000	-1,000	1,00	1,00	196,00
18	1	18	15,000	3,000	9,00	9,00	324,00
21	1	21	15,000	6,000	36,00	36,00	441,00
34	1	34	15,000	19,000	361,00	361,00	1.156,00
∑	**8**	**120**				**632,0000**	**2.432,00**
n = ∑ni		8				8	
		μ_x 15,00					

$(\mu_x)^2$ = 225,0000 ∑ni = 8 $\sum ni*(\mu_x)^2$ = 1.800,00

$$\text{sqm} = \boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (x_i-\mu_x)^2 * n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{632{,}0000}{8}} = \sqrt{79{,}0000} = \mathbf{8{,}888}$$

$$\text{o anche } \boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_{i\,*}\, n_i}{\Sigma n_i} - (\mu_x)^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2_i * n_i \; - \; \Sigma n_i*(\mu_x)^2}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{2.432{,}000 \; - \; 1.800{,}000}{8}} = \sqrt{\frac{632}{8}} = \sqrt{79{,}0000} = \mathbf{8{,}888}$$

$$\mathbf{Cv} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\mu}} = \frac{8{,}888}{15{,}00} = \mathbf{0{,}5925}$$

Indice di eterogeneità

	x_i	n_i	x_i	n_i	f	f^2
	1	2	1	2	0,20	0,04
	2	2	2	2	0,20	0,04
	3	2	3	2	0,20	0,04
	4	2	4	2	0,20	0,04
	5	2	5	2	0,20	0,04
Σ				10	1,00	0,20

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 5 \qquad G_N = 0{,}80\,\frac{5}{4} = 1{,}00$$

massima eterogeneità

	x_i	n_i	x_i	n_i	f	f^2
	1	0	1	0	0,00	0,00
	2	0	2	0	0,00	0,00
	3	10	3	10	1,00	1,00
	4	0	4	0	0,00	0,00
	5	0	5	0	0,00	0,00
Σ				10	1,00	1,00

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 1{,}00 = 0{,}00$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 5 \qquad G_N = 0{,}00\,\frac{5}{4} = 0{,}00$$

massima omogeneità

istruzione	n_i
lic elem	86
lic med infer	62
dip med sup	36
laurea	12

	istruzione	n_i	f	f^2
	lic elem	86	0,4388	0,1925
	lic med infer	62	0,3163	0,1001
	dip med sup	36	0,1837	0,0337
	laurea	12	0,0612	0,0037
Σ		196	1,0000	0,3301

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,330 = 0,670$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0,670\,\frac{4}{3} = 0,893$$

giudizio	n_i
insufficiente	77
sufficiente	109
buono	86
ottimo	18

	giudizio	n_i	f	f^2
	lic elem	77	0,2655	0,0705
	lic med infer	109	0,3759	0,1413
	dip med sup	86	0,2966	0,0879
	laurea	18	0,0621	0,0039
Σ		290	1,0000	0,3036

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0,304 = 0,696$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0,696\,\frac{4}{3} = 0,929$$

libri venduti	n_i
scienza	21
saggistica	19
fantascienza	20
culinaria	121

	libri venduti	n_i	f	f^2
	lic elem	21	0,1160	0,0135
	lic med infer	19	0,1050	0,0110
	dip med sup	20	0,1105	0,0122
	laurea	121	0,6685	0,4469
Σ		181	1,0000	0,4836

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}484 = 0{,}516$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 4 \qquad G_N = 0{,}516\,\frac{4}{3} = 0{,}689$$

		n_i		maschi			femmine		
	Cond profess	**masc**	**femm**	**n_i**	**f**	**f^2**	**n_i**	**f**	**f^2**
	stud	102	123	102	0,1700	0,0289	123	0,1922	0,0369
	disocc	50	41	50	0,0833	0,0069	41	0,0641	0,0041
	casal	24	314	24	0,0400	0,0016	314	0,4906	0,2407
	dipend	154	49	154	0,2567	0,0659	49	0,0766	0,0059
	commerc	24	35	24	0,0400	0,0016	35	0,0547	0,0030
	artigian	64	33	64	0,1067	0,0114	33	0,0516	0,0027
	lib prof	42	15	42	0,0700	0,0049	15	0,0234	0,0005
	pension	140	30	140	0,2333	0,0544	30	0,0469	0,0022
Σ				600	1,0000	0,1756	640	1,0000	0,2960

maschi

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}176 = 0{,}824$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 8 \qquad G_N = 0{,}824\,\frac{8}{7} = 0{,}942$$

femmine

$$G = 1 - \Sigma f^2 = 1 - 0{,}296 = 0{,}704$$

$$G_N = \frac{G}{G_{max}} = \frac{G}{1-(1/k)} = G\,\frac{k}{(k-1)} \qquad k = 8 \qquad G_N = 0{,}704\,\frac{8}{7} = 0{,}805$$

Concentrazione

Reddito mensile di 8 individui	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	$p_i = n_i$ cum $/n$	$q_i =$ xi cum/Σx	(p_i-q_i)
3.408,6	1.239,50	1	1.239,5	1	0,125	0,051	0,074
1.239,5	1.807,60	1	3.047,1	2	0,250	0,125	0,125
1.807,6	2.014,18	1	5.061,3	3	0,375	0,208	0,167
2.014,2	2.685,58	1	7.746,9	4	0,500	0,318	0,182
2.685,6	3.408,62	1	11.155,5	5	0,625	0,458	0,167
5.009,6	3.718,49	1	14.874,0	6	0,750	0,610	0,140
4.493,2	4.493,18	1	19.367,2	7	0,875	0,794	0,081
3.718,5	5.009,63	1	24.376,8	8	1,000	1,000	0,000
Σ	24.376,78	8			3,500		0,936

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \begin{cases} = 0 & \text{nel caso di equidistribuzione} \\ > 0 & \text{nel caso di concentrazione} \end{cases}$$

$$\sum pi = \frac{n-1}{2} \quad \text{nel caso di massima concentrazione } R_{max}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{\Sigma(p_i-q_i)}{\Sigma p_i} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{n-1}\Sigma(pi-q_i)$$

per l'esercizio

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0{,}936} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}936}{3{,}500} = \mathbf{0{,}268} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{7}\ 0{,}936 = \mathbf{0{,}268}$$

x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	$(p_i\text{-}q_i)$
3.500	1	3.500,0	1	0,167	0,079	0,088
4.200	1	7.700,0	2	0,333	0,173	0,160
5.800	1	13.500,0	3	0,500	0,303	0,197
8.600	1	22.100,0	4	0,667	0,496	0,171
10.250	1	32.350,0	5	0,833	0,726	0,107
12.200	1	44.550,0	6	1,000	1,000	0,000
Σ 44.550,00	6			2,500		0,723

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0,723} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0,723}{2,500} = \mathbf{0,289} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{5}\, 0,723 = \mathbf{0,289}$$

x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	$(p_i\text{-}q_i)$
1.500.000	1	1.500.000	1	0,250	0,223	0,027
1.650.000	1	3.150.000	2	0,500	0,468	0,032
1.730.000	1	4.880.000	3	0,750	0,726	0,024
1.845.000	1	6.725.000	4	1,000	1,000	0,000
Σ 6.725.000	4			1,500		0,083

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0,083} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0,083}{1,500} = \mathbf{0,055} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{3}\, 0,083 = \mathbf{0,055}$$

	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	$(p_i$-$q_i)$
	437	1	437	1	0,200	0,040	0,160
	522	1	959	2	0,400	0,088	0,312
	611	1	1.570	3	0,600	0,145	0,455
	1.745	1	3.315	4	0,800	0,305	0,495
	7.546	1	10.861	5	1,000	1,000	0,000
∑	10.861	5			2,000		1,422

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{1{,}422}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{1{,}422}{2{,}000} = \mathbf{0{,}711} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4}\ 1{,}422 = \mathbf{0{,}711}$$

	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	$(p_i$-$q_i)$
	437	1	437	1	0,200	0,040	0,160
	522	1	959	2	0,400	0,088	0,312
	611	1	1.570	3	0,600	0,145	0,455
	1.745	1	3.315	4	0,800	0,305	0,495
	7.546	1	10.861	5	1,000	1,000	0,000
∑	10.861	5			2,000		1,422

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{1{,}422}$$

$$R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{1{,}422}{2{,}000} = \mathbf{0{,}711} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4}\ 1{,}422 = \mathbf{0{,}711}$$

	x_i ordinati	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	(p_i-q_i)
	26,9	1	26,9	1	0,143	0,089	0,054
	27,4	1	54,3	2	0,286	0,180	0,105
	31,0	1	85,3	3	0,429	0,283	0,145
	36,3	1	121,6	4	0,571	0,404	0,168
	44,7	1	166,3	5	0,714	0,552	0,162
	54,8	1	221,1	6	0,857	0,734	0,123
	80,0	1	301,1	7	1,000	1,000	0,000
Σ	301,10	7			3,000		0,757

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0{,}757} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}757}{3{,}000} = \mathbf{0{,}252} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{6}\,0{,}757 = \mathbf{0{,}252}$$

	x_i ordinat	n_i	x_i cum	n_i cum	p_i = n_i cum /n	q_i = xi cum/Σx	(p_i-q_i)
	600	1	600	1	0,200	0,080	0,120
	900	1	1.500	2	0,400	0,200	0,200
	1.200	1	2.700	3	0,600	0,360	0,240
	1.900	1	4.600	4	0,800	0,613	0,187
	2.900	1	7.500	5	1,000	1,000	0,000
Σ	7.500	5			2,000		0,747

	1.500	600	0
	1.500	900	0
	1.500	1.200	0
	1.500	1.900	0
	1.500	2.900	7.500
R	0,000	0,747	2,000
R_N	0,000	0,373	1,000

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} (pi-q_i) = \mathbf{0{,}747} \qquad R_N = \frac{R}{R_{max}} = \frac{0{,}747}{2{,}000} = \mathbf{0{,}373} \quad \text{o anche} \quad \frac{2}{4}\,0{,}747 = \mathbf{0{,}373}$$

Con frequenze e classi di modalità

classi di reddito	aziende
1 - 15	14
16 - 30	23
31 - 45	10
46 - 60	12
61 - 75	6
76 - 90	7
91 e oltre	28
totale	100

x_i	n_i	$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'	$(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$
8	14	15	14	86	1.204	18.060
23	23	15	37	63	2.331	34.965
38	10	15	47	53	2.491	37.365
53	12	15	59	41	2.419	36.285
68	6	15	65	35	2.275	34.125
83	7	15	72	28	2.016	30.240
98	28	.....	100	....	....	....
...	100	.....	...	....	....	191.040

$x_i n_i$
112
529
380
636
408
581
2.744
5.390

n 100

μ 53,90 2μ = 107,8

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{38,6}{107,8} = 0,358$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i'(n-n_i')(x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 \quad * \quad 191.040}{100 \quad * \quad 99} = \frac{382.080}{9.900} = 38,6$$

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i
0	0
1.239,50	1
1.807,60	1
2.014,18	1
2.685,58	1
3.408,62	1
3.718,49	1
4.493,18	1
5.009,63	1
24.376,78	8

$q_i = x_i$ cum	i
0,00	0
1.239,50	1
3.047,10	2
5.061,28	3
7.746,86	4
11.155,48	5
14.873,97	6
19.367,15	7
24.376,78	8
.....	...

$p_i = n_i$ cum /n	$q_i = x_i$ cum/Σx
0,000	0,000
0,125	0,051
0,250	0,125
0,375	0,208
0,500	0,318
0,625	0,458
0,750	0,610
0,875	0,794
1,000	1,000
.....	....

$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1})$
0,125	0,051	0,006
0,125	0,176	0,022
0,125	0,333	0,042
0,125	0,525	0,066
0,125	0,775	0,097
0,125	1,068	0,133
0,125	1,405	0,176
0,125	1,794	0,224
.....	.....	.....
.....		0,766

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} (p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1}) = 1 - 0,766 = 0,234$$

Si determina con R=Δ/2μ

x_i	n_i
3.500	2
4.200	4
5.800	2
8.600	5
10.250	1
12.200	1
44.550	15

$(x_{i+1}-x_i)$	n_i'
700	2
1.600	6
2.800	8
1.650	13
1.950	14
.....	15
.....	...

$(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')$	$n_i'(n-n_i')(x_{i+1}-x_i)$
13	26	18.200
9	54	86.400
7	56	156.800
2	26	42.900
1	14	27.300
....	....	....
....	....	331.600

$x_i n_i$
7.000
16.800
11.600
43.000
10.250
12.200
100.850

n 15

μ 6.723,33 2μ = 13.446,7

$$R = \frac{\Delta}{2\mu} = \frac{3.158,10}{13.446,7} = 0,235$$

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i=1}^{k-1} n_i' (n-n_i') (x_{i+1}-x_i)}{n(n-1)} = \frac{2 * 331.600}{15 * 14} = \frac{663.200}{210} = 3.158,10$$

Senza frequenze con il metodo dei trapezi

x_i	n_i
0	0
1.500.000	1
1.650.000	1
1.730.000	1
1.845.000	1
6.725.000	4

q_i = x_i cum	i
0,00	0
1.500.000	1
3.150.000	2
4.880.000	3
6.725.000	4
.....	...

p_i = n_i cum /n	q_i = x_i cum/Σx
0,000	0,000
0,250	0,223
0,500	0,468
0,750	0,726
1,000	1,000
.....	....

$p_{i+1} - p_i$	$q_i + q_{i+1}$	$(p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1})$
0,250	0,223	0,0558
0,250	0,691	0,1729
0,250	1,194	0,2985
0,250	1,726	0,4314
.....	.....	.....
.....		0,9586

$$R = 1 - \sum^{k-1} (p_{i+1} - p_i)(qi + q_{i+1}) = 1 - 0,9586 = 0,041$$

Chi quadro e V di Cramer

	uomini	donne	TOT
stud	17	9	26
non stud	11	15	26
TOT	28	24	52

uomini	donne	TOT
14,0000	12,0000	26
14,0000	12,0000	26
28	24	52

uomini	donne	TOT
0,6429	0,7500	1,3929
0,6429	0,7500	1,3929
1,2857	1,5000	**2,7857**

Chi quadro $\chi^2 = \sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo} = \mathbf{2,7857}$

per avere però un indice che varia fra 0 e 1 si ricorre all'indice di **Cramer** $\quad V = \dfrac{\chi^2}{\chi^2 max}$

$\chi^2 \mathbf{max} = n*\text{min tra } (r-1);(c-1) = 52 * (2-1) = \mathbf{52}$

$$V = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{2,7857}{52}} = \sqrt{0,053571} = \mathbf{0,2315}$$

o anche

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

17	9	26
11	15	26
28	24	52

a*d = 255
b*c = 99

$$\chi^2 = \frac{(a*d-b*c)^2*n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(255 - 99)^2 * 52}{26 * 26 * 28 * 24} = \frac{1.265.472}{454.272} = \mathbf{2,7857}$$

$$V = \frac{(a*d-b*c)}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{(255 - 99)}{\sqrt{26 * 26 * 28 * 24}} = \frac{156}{\sqrt{454.272}} = \frac{156}{673,9970} = \mathbf{0,2315}$$

	ital	stran	TOT
att	15	8	23
non att	30	25	55
TOT	45	33	78

uomini	donne	TOT
13,2692	9,7308	23
31,7308	23,2692	55
45	33	78

uomini	donne	TOT
0,2258	0,3078	0,5336
0,0944	0,1287	0,2231
0,3202	0,4366	**0,7567**

Chi quadro $\chi^2 = \sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo} =$ **0,7567**

χ^2**max** = n*min tra (r-1);(c-1) = 78 * (2-1) = **78**

$$\mathbf{V} = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{0{,}7567}{78}} = \sqrt{0{,}009702} = \mathbf{0{,}0985}$$

o anche

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

15	8	23
30	25	55
45	33	78

a*d = 375
b*c = 240

$$\chi^2 = \frac{(a*d-b*c)^2*n}{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)} = \frac{(375 - 240)^2 * 78}{23 * 55 * 45 * 33} = \frac{1.421.550}{1.878.525} = \mathbf{0{,}7567}$$

$$\mathbf{V} = \frac{(a*d-b*c)}{\sqrt{(a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d)}} = \frac{(375 - 240)}{\sqrt{23 * 55 * 45 * 33}} = \frac{135}{\sqrt{1.878.525}} = \frac{135}{1370{,}5929} = \mathbf{0{,}0985}$$

	18-22	23-26	27-30	tot
18-22	20	3	2	25
23-26	2	27	6	35
27-30	4	6	30	40
tot	26	36	38	100

	18-22	23-26	27-30	tot
18-22	6,500	9,000	9,500	25
23-26	9,100	12,600	13,300	35
27-30	10,400	14,400	15,200	40
tot	26	36	38	100

	18-22	23-26	27-30	tot
18-22	28,04	4,00	5,92	37,96
23-26	5,54	16,46	4,01	26
27-30	3,94	4,90	14,41	23,25
tot	37,52	25,4	24,34	87,21

Chi quadro $\chi^2 = \sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo} =$ **87,2120**

χ^2**max** = n*min tra (r-1);(c-1) = 100 * (3-1) = **200**

$$\mathbf{V} = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{87{,}2120}{200}} = \sqrt{0{,}43606} = \mathbf{0{,}6603}$$

	1	2	3	tot
4	1	2	4	7
5	3	6	12	21
6	4	8	16	28
tot	8	16	32	56

	1	2	3	tot
4	1,000	2,000	4,000	7
5	3,000	6,000	12,000	21
6	4,000	8,000	16,000	28
tot	8	16	32	56

	1	2	3	tot
4	0,00	0,00	0,00	0
5	0,00	0,00	0,00	0
6	0,00	0,00	0,00	0
tot	0	0	0	0

Chi quadro $\boldsymbol{\chi^2}$ = $\sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo}$ = **0,0000**

$\boldsymbol{\chi^2}$**max** = n*min tra (r-1);(c-1) = 56 * (3-1) = **112**

$$\mathbf{V} = \frac{\chi^2}{\chi^2\text{max}} = \sqrt{\frac{0{,}0000}{112}} = \sqrt{0} = \mathbf{0{,}0000}$$

	1	2	3	tot
4	4	24	12	40
5	1	6	3	10
6	5	30	15	50
tot	10	60	30	100

	1	2	3	tot
4	4,000	24,000	12,000	40
5	1,000	6,000	3,000	10
6	5,000	30,000	15,000	50
tot	10	60	30	100

	1	2	3	tot
4	0,00	0,00	0,00	0
5	0,00	0,00	0,00	0
6	0,00	0,00	0,00	0
tot	0	0	0	0

Chi quadro $\boldsymbol{\chi^2}$ = $\sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo}$ = **0,0000**

$\boldsymbol{\chi^2}$**max** = n*min tra (r-1);(c-1) = 100 * (3-1) = **200**

$$\mathbf{V} = \frac{\chi^2}{\chi^2\text{max}} = \sqrt{\frac{0{,}0000}{200}} = \sqrt{0} = \mathbf{0{,}0000}$$

	1	6	tot
1	70	0	70
3	0	50	50
7	30	0	30
tot	100	50	150

	1	6	tot
1	46,667	23,333	70
3	33,333	16,667	50
7	20,000	10,000	30
tot	100,00	50,00	150

	1	6	tot
1	11,67	23,33	35
3	33,33	66,67	100
7	5,00	10,00	15
tot	50	100	150

Chi quadro χ^2 = $\sum\sum(\text{Oss-Teo})^2/\text{Teo}$ = **150**

χ^2**max** = n*min tra (r-1);(c-1) = 150 * (2-1) = **150**

$$\mathbf{V} = \frac{\chi^2}{\chi^2 max} = \sqrt{\frac{150{,}00}{150}} = \sqrt{\mathbf{1}} = \mathbf{1}$$

Regressione   Indice di determinazione lineare   Correlazione

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	$(X-\mu)$	$(Y-\mu)$	$(X-\mu)*(Y-\mu)$	$(X-\mu)^2$	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	15	9	225	135	81	12.100	1,25	1,13	1,4063	1,5625	9	0,34	0,1163	1,2656
	13	8	169	104	64		-0,75	0,13	-0,0938	0,5625	7	0,60	0,3540	0,0156
	17	9	289	153	81	**$(\sum y)^2$**	3,25	1,13	3,6563	10,5625	10	-0,91	0,8336	1,2656
	12	6	144	72	36	3.969	-1,75	-1,88	3,2813	3,0625	7	-0,78	0,6053	3,5156
	12	7	144	84	49		-1,75	-0,88	1,5313	3,0625	7	0,22	0,0493	0,7656
	16	10	256	160	100	**(∑X)(∑Y)**	2,25	2,13	4,7813	5,0625	9	0,71	0,5098	4,5156
	14	8	196	112	64	6.930	0,25	0,13	0,0313	0,0625	8	-0,03	0,0010	0,0156
	11	6	121	66	36		-2,75	-1,88	5,1563	7,5625	6	-0,15	0,0228	3,5156
∑	**110**	**63**	**1.544**	**886**	**511**		0,00	0,00	19,7500	31,5000	63	0,00	2,4921	14,8750
n	8	8												
μ	**13,750**	**7,875**												

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{886 - 6.930 \;/\; 8}{1.544{,}0 - 12.100 \;/\; 8} = \frac{886 - 866{,}250}{1544 - 1.512{,}500} = \frac{19{,}75}{31{,}5} = \mathbf{0{,}6270}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{8 * 886{,}0 - 6.930}{8 * 1.544{,}0 - 12.100} = \frac{7.088 - 6.930}{12.352 - 12.100} = \frac{158}{252} = \mathbf{0{,}6270}$$

o anche $$\beta = \frac{\sum(X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum(X-\mu)^2} = \frac{19{,}7500}{31{,}5000} = \mathbf{0{,}6270}$$

o anche $$\beta = \frac{\text{Cov }(X,Y)}{\text{Var }(X)} = \frac{\sum(XY)/n - (\mu_x * \mu_y)}{\sum X^2/n - (\mu_x)^2} = \frac{886 \;/\; 8 - 13{,}750 * 7{,}875}{1.544{,}0 \;/\; 8 - 189{,}0625} = \frac{110{,}750 - 108{,}281}{193{,}000 - 189{,}063} = \frac{2{,}4688}{3{,}9375} = \mathbf{0{,}6270}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 7{,}875 - 0{,}6270 * 13{,}750 = \mathbf{-0{,}7460}$$

$$y = \alpha + \beta x = -0{,}7460 + 0{,}6270\ x$$

verifica = -0,746 + 0,627 * 13,75 = 7,875

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{2{,}4921}{14{,}8750} = 1 - 0{,}1675 = \mathbf{0{,}8325}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n*\sum xy - \sum x*\sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{8 \quad * \quad 886 \quad - \quad 6.930}{\sqrt{8 \quad * \quad 1544 \quad - \quad 12.100} * \sqrt{8 \quad * \quad 511 \quad - \quad 3.969}} =$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252} * \sqrt{119}} = \frac{158}{15{,}8745 \quad * \quad 10{,}9087} = \frac{158}{173{,}170} = \mathbf{0{,}912}$$

$$= \frac{158}{\sqrt{252 \quad * \quad 119}} = \frac{158}{\sqrt{29.988}} = \frac{158}{173{,}170} = \mathbf{0{,}912}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0{,}8325} = 0{,}9124$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	(X-μ)	(Y-μ)	(X-μ)*(Y-μ)	$(X-\mu)^2$	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	0	800	0	0	640.000	**225**	-2,50	-335,00	837,500	6,250	800	0	0	112.225
	1	980	1	980	960.400		-1,50	-155,00	232,500	2,250	934	46	2116	24.025
	2	1.040	4	2080	1.081.600	**$(\sum y)^2$**	-0,50	-95,00	47,500	0,250	1.068	-28	784	9.025
	3	1.200	9	3600	1.440.000	**46.376.100**	0,50	65,00	32,500	0,250	1.202	-2	4	4.225
	4	1.240	16	4960	1.537.600		1,50	105,00	157,500	2,250	1.336	-96	9216	11.025
	5	1.550	25	7750	2.402.500	**(∑X)(∑Y)**	2,50	415,00	1037,500	6,250	1.470	80	6400	172.225
∑	**15**	**6.810**	**55**	**19.370**	**8.062.100**	**102.150**			**2345,000**	**17,500**	6.810	0	18520	332.750
n	6	6												
μ	**2,500**	**1.135,0**												

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{19370 \quad - \quad 102.150 \quad / \quad 6}{55{,}0 \quad - \quad 225 \quad / \quad 6} = \frac{19370 \quad - \quad 17025{,}000}{55 \quad - \quad 37{,}500} = \frac{2345}{17{,}5} = \mathbf{134{,}00}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \quad * \quad 19.370 \quad - \quad 102.150}{6 \quad * \quad 55{,}0 \quad - \quad 225} = \frac{116.220 \quad - \quad 102.150}{330 \quad - \quad 225} = \frac{14.070}{105} = \mathbf{134{,}00}$$

$$\text{o anche } \beta = \frac{\sum(X-\mu)*(Y-\mu)}{\sum(X-\mu)^2} = \frac{2345{,}0000}{17{,}5000} = \mathbf{134{,}00}$$

$$\text{o anche } \beta = \frac{\text{Cov }(X,Y)}{\text{Var }(X)} = \frac{\sum(XY)/n - (\mu_x*\mu_y)}{\sum X^2/n-(\mu_x)^2} = \frac{19.370 \;/\; 6 \; - \; 2{,}50 \; * \; 1.135{,}0}{55{,}0 \;/\; 6 \; - \; 6{,}25} = \frac{3.228{,}33 \; - \; 2.837{,}50}{9{,}167 \; - \; 6{,}25} = \frac{390{,}8333}{2{,}9167} = \mathbf{134{,}00}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 1.135{,}00 - 134{,}00 * 2{,}500 = \mathbf{800{,}00}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 800{,}0000 + 134{,}00 \; x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = 800{,}000 + 134{,}000 * 2{,}50 = 1135}$$

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum (y- y^*)^2}{\sum (y- \mu_y)^2} = 1 - \frac{18.520}{332.750} = 1 - 0{,}0557 = \mathbf{0{,}9443}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n*\sum xy - \sum x*\sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{6 \; * \; 19370 \; - \; 102.150}{\sqrt{6 \; * \; 55 \; - \; 225} * \sqrt{6 \; * \; 8.062.100 \; - \; 46.376.100}} =$$

$$= \frac{14.070{,}00}{\sqrt{105} * \sqrt{1.996.500}} = \frac{14.070{,}00}{10{,}2470 \; * \; 1.412{,}9756} = \frac{14.070{,}00}{14.478{,}691} = \mathbf{0{,}9718}$$

$$= \frac{14.070{,}00}{\sqrt{105 \; * \; 1.996.500}} = \frac{14.070{,}00}{\sqrt{209.632.500}} = \frac{14.070{,}00}{14.478{,}69} = \mathbf{0{,}9718}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0{,}9443} = 0{,}9718$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	$(Y-\mu)$	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	4	1	16	4	1	**2.116**	-3,60	0,939	0,061	0,0037	12,960
	7	3	49	21	9		-1,60	3,051	-0,051	0,0026	2,560
	10	5	100	50	25	**$(\sum y)^2$**	0,40	5,163	-0,163	0,0267	0,160
	11	6	121	66	36	**529**	1,40	5,868	0,133	0,0176	1,960
	14	8	196	112	64	**$(\sum X)(\sum Y)$**	3,40	7,980	0,020	0,0004	11,560
∑	**46**	**23**	**482**	**253**	**135**	**1.058**		23,001	-0,001	0,0510	29,200
n	5	5									
μ	**9,200**	**4,60**									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{253 - 1.058 / 5}{482 - 2.116 / 5} = \frac{253 - 211,600}{482 - 423,200} = \frac{41,4}{58,8} = \mathbf{0,7041}$$

o anche
$$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 253 - 1.058}{5 * 482,0 - 2.116} = \frac{1.265 - 1.058}{2.410 - 2.116} = \frac{207}{294} = \mathbf{0,7041}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 4,60 - 0,70 * 9,200 = \mathbf{-1,8776}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = -1,8776 + 0,7041\ x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = -1,8776 + 0,7041 * 9,20 = 4,60}$$

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{0,0510}{29,2000} = 1 - 0,0017 = \mathbf{0,9983}$$

$$\rho_{xy} = \frac{n*\sum xy - \sum x*\sum y}{\sqrt{n*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 * 253 - 1.058}{\sqrt{5 * 482 - 2.116} * \sqrt{5 * 135 - 529}} =$$

$$= \frac{207,00}{\sqrt{294} * \sqrt{146}} = \frac{207,00}{17,1464 * 12,0830} = \frac{207,00}{207,181} = \mathbf{0,9991}$$

$$= \frac{207,00}{\sqrt{294 * 146}} = \frac{207,00}{\sqrt{42.924}} = \frac{207,00}{207,18} = \mathbf{0,9991}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{0{,}9983} = 0{,}9991$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$	(Y-μ)	y*	y-y*	$(y-y^*)^2$	$(Y-\mu)^2$
	0	0	0	0	0	**225**	-60,00	0,000	0,000	0,000	3.600,000
	1	20	1	20	400			20,000	0,000	0,000	0,000
	2	40	4	80	1.600		-20,00	40,000	0,000	0,000	400,000
	3	60	9	180	3.600	**$(\sum y)^2$**	0,00	60,000	0,000	0,000	0,000
	4	80	16	320	6.400	**90.000**	20,00	80,000	0,000	0,000	400,000
	5	100	25	500	10.000	**(∑X)(∑Y)**	40,00	100,000	0,000	0,000	1.600,000
∑	**15**	300	**55**	**1.100**	**22.000**	**4.500**		300,000	0,000	0,000	6.000,000
n	5	5									
μ	**3,000**	**60,00**									

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{1100 - 4.500 \;/\; 5}{55 - 225 \;/\; 5} = \frac{1100 - 900{,}000}{55 - 45{,}000} = \frac{200}{10} = \mathbf{20{,}000}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 * 1.100 - 4.500}{5 * 55{,}0 - 225} = \frac{5.500 - 4.500}{275 - 225} = \frac{1.000}{50} = \mathbf{20{,}000}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 60{,}00 - 20{,}00 * 3{,}000 = \mathbf{0{,}000}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 0{,}000 + 20{,}000\ x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = 0{,}00 + 20{,}0000 * 3{,}00 = 60{,}00}$$

$$\mathbf{R^2} = 1 - \frac{\sum (y - y^*)^2}{\sum (y - \mu_y)^2} = 1 - \frac{0{,}000}{6.000{,}0000} = 1 - 0{,}0000 = \mathbf{1{,}0000}$$

$$\boldsymbol{\rho_{xy}} = \frac{n^*\sum xy - \sum x^*\sum y}{\sqrt{n^*\sum x^2 - (\sum x)^2} * \sqrt{n^*\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{5 * 1100 - 4.500}{\sqrt{5 * 55 - 225} * \sqrt{5 * 22.000 - 90.000}} =$$

$$= \frac{1.000,00}{\sqrt{50} * \sqrt{20.000}} = \frac{1.000,00}{7,0711 * 141,4214} = \frac{1.000,00}{1.000,000} = \mathbf{1,0000}$$

$$= \frac{1.000,00}{\sqrt{50 * 20.000}} = \frac{1.000,00}{\sqrt{1.000.000}} = \frac{1.000,00}{1.000,00} = \mathbf{1,0000}$$

Si dimostra anche che:

$$\rho_{xy} = \pm \sqrt{R^2} = \pm \sqrt{1,0000} = 1,0000$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$
	25	8	625	200	64	**38.025**
	40	11	1600	440	121	
	20	6	400	120	36	
	32	9	1024	288	81	**$(\sum y)^2$**
	60	15	3600	900	225	**2.916**
	18	5	324	90	25	**(∑X)(∑Y)**
∑	**195**	54	**7573**	**2.038**	**552**	**10.530**
n	6	6				
μ	**32,500**	**9,00**				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{2038 - 10.530 / 6}{7.573 - 38.025 / 6} = \frac{2038 - 1755,000}{7573 - 6.337,500} = \frac{283}{1235,5} = \mathbf{0,229}$$

o anche
$$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 * 2.038 - 10.530}{6 * 7.573,0 - 38.025} = \frac{12.228 - 10.530}{45.438 - 38.025} = \frac{1.698}{7.413} = \mathbf{0,229}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 9,00 - 0,23 * 32,500 = \mathbf{1,556}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 1,556 + 0,229\ x}$$

verifica = 1,56 + 0,2291 * 32,50 = 9,00

$$\mathbf{y = 1,556 + 0,229 * 35} = 9,57$$

ovvero una spesa per generi alimentari pari a 9570 euro.

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$
	10	9,4	100	94	88	**280.900**
	20	9,2	400	184	85	
	50	9,0	2500	450	81	
	100	8,5	10000	850	72	$(\sum y)^2$
	150	8,1	22500	1215	66	**2.663**
	200	7,4	40000	1480	55	**$(\sum X)(\sum Y)$**
∑	**530**	52	**75500**	**4.273**	**447**	**27.348**
n	6	6				
μ	**88,333**	**8,60**				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{4273 \quad - \quad 27.348 \quad / \quad 6}{75.500 \quad - \quad 280.900 \quad / \quad 6} = \frac{4273 - 4558{,}000}{75500 - 46.816{,}667} = \frac{-285}{28683} = \mathbf{-0{,}0099}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \quad * \quad 4.273 \quad - \quad 27.348}{6 \quad * \quad 75.500{,}0 \quad - \quad 280.900} = \frac{25.638 - 27.348}{453.000 - 280.900} = \frac{-1.710}{172.100} = \mathbf{-0{,}0099}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 8{,}60 \quad - \quad -0{,}01 \quad * \quad 88{,}333 = \mathbf{9{,}4777}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 9{,}478 \quad + \quad -0{,}010 \quad x}$$

verifica	=	9,48	+	-0,0099	*	88,33	=	8,60

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$
	-2	2	4	-4	4	**625**
	-5	-3	25	15	9	
	4	10	16	40	100	
	5	8	25	40	64	
	8	20	64	160	400	
	10	60	100	600	3.600	$(\sum y)^2$
	-7	-18	49	126	324	**10.609**
	12	24	144	288	576	**$(\sum X)(\sum Y)$**
∑	**25**	**103**	**427**	**1.265**	**5.077**	**2.575**
n	8	8				
μ	**3,125**	**12,88**				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{1265 \quad - \quad 2.575 \quad / \quad 8}{427 \quad - \quad 625 \quad / \quad 8} = \frac{1265 \quad - \quad 321,875}{427 \quad - \quad 78,125} = \frac{943,13}{348,88} = \mathbf{2,7033}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{8 \quad * \quad 1.265 \quad - \quad 2.575}{8 \quad * \quad 427,0 \quad - \quad 625} = \frac{10.120 \quad - \quad 2.575}{3.416 \quad - \quad 625} = \frac{7.545}{2.791} = \mathbf{2,7033}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 12,88 \quad - \quad 2,70 \quad * \quad 3,125 = \mathbf{4,4271}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 4,427 + 2,703 \; x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = 4,43 + 2,7033 * 3,13 = 12,88}$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$
	1,6	10	2,56	16,0	100	**299,29**
	2,0	15	4,00	30,0	225	
	3,5	20	12,25	70,0	400	
	3,0	21	9,00	63,0	441	$(\sum y)^2$
	3,2	24	10,24	76,8	576	**14.400**
	4,0	30	16,00	120,0	900	$(\sum X)(\sum Y)$
$\sum$	**17,3**	**120**	**54,05**	**375,8**	**2.642**	**2.076,0**
n	6	6				
μ	**2,883**	**20,00**				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{375,8 \quad - \quad 2.076,0 \quad / \quad 6}{54,05 \quad - \quad 299,29 \quad / \quad 6} = \frac{375,8 \quad - \quad 346,000}{54,05 \quad - \quad 49,882} = \frac{29,8}{4,1683} = \mathbf{7,1491}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{6 \quad * \quad 376 \quad - \quad 2.076}{6 \quad * \quad 54,1 \quad - \quad 299} = \frac{2.255 \quad - \quad 2.076}{324 \quad - \quad 299} = \frac{179}{25} = \mathbf{7,1491}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 20,00 \quad - \quad 7,1491 \quad * \quad 2,883 = \mathbf{-0,6134}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = -0,6134 + 7,1491 \; x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = -0,6134 + 7,1491 * 2,8833 = 20,00}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = -0,6134 + 7,1491 \; x \quad 2,8 = 19,40}$$

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$(\sum x)^2$
	8,2	2,7	67,24	22,14	7,29	**2.088,49**
	6,3	2,2	39,69	13,86	4,84	
	9,1	3,1	82,81	28,21	9,61	$(\sum y)^2$
	10,4	3,2	108,16	33,28	10,24	**228**
	11,7	3,9	136,89	45,63	15,21	**(∑X)(∑Y)**
∑	**45,7**	**15**	**434,79**	**143,1**	**47**	**690,1**
n	5	5				
μ	**9,140**	**3,02**				

$$\beta = \frac{\sum XY - (\sum X)(\sum Y)/n}{\sum X^2 - (\sum X)^2/n} = \frac{143{,}12 \quad - \quad 690{,}1 \quad / \quad 5}{434{,}79 \quad - \quad 2.088{,}49 \quad / \quad 5} = \frac{143{,}12 \quad - \quad 138{,}014}{434{,}79 \quad - \quad 417{,}698} = \frac{5{,}106}{17{,}092} = \mathbf{0{,}2987}$$

o anche $$\beta = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 \quad * \quad 143 \quad - \quad 690}{5 \quad * \quad 434{,}8 \quad - \quad 2.088} = \frac{716 \quad - \quad 690}{2.174 \quad - \quad 2.088} = \frac{26}{85} = \mathbf{0{,}2987}$$

$$\alpha = MY - \beta MX = 3{,}02 \quad - \quad 0{,}2987 \quad * \quad 9{,}140 = \mathbf{0{,}2896}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 0{,}2896 + 0{,}2987 \quad x}$$

$$\boxed{\text{verifica} = 0{,}2896 + 0{,}2987 * 9{,}1400 = 3{,}02}$$

$$\mathbf{y = \alpha + \beta x = 0{,}2896 + 0{,}2987 \quad x \quad 9{,}7} = \mathbf{3{,}19}$$